PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 9. 1. Mai 1907. 8. Jahrgang.
Redaktionsschluß für No. 10 am 6. Mai 1907.

INHALT.

Originalmitteilungen:
J. Elster u. H. Geitel, Über die Radioaktivität des Bleis. II. S. 273.
O. Hahn, Ein neues Zwischenprodukt im Thorium. S. 277.
A. Daunderer, Luftelektrische Messungen. S. 281.
A. S. Eve, Die Ionisation der Atmosphäre über dem Ozean. S. 286.
G. A. Schott, Über ein neues Experimentalproblem der Elektronentheorie. S. 292.
M. Reinganum, Beitrag zu einer elektrolytischen Selenzelle. S. 293.
Mitteilungen aus dem physikalischen Institut der Universität Pisa. No. 32: A. Battelli, Theoretische und experimentelle Untersuchungen über den elektrischen Leitungswiderstand der Solenoide für Ströme hoher Frequenz. I. S. 296.
No. 33: A. Battelli u. L. Magri, Die oszillatorische Entladung in Eisendrähten. S. 298.
A. Heydweiller, Über das System der gekreuzten Magnete und seine Verwendung. S. 302.
L. Baumgardt, Über eine Wechselwirkung zwischen der Erde und einem Pendel. S. 303.
W. Voege, Über die Licht- und Wärmeenergie von Glühlampen. S. 306.
E. Waetzmann, Zur Helmholtzschen Resonanztheorie. S. 307.
P. u. T. Ehrenfest, Über zwei bekannte Einwände gegen das Boltzmannsche *H*-Theorem. S. 311.
R. v. Mises, Über die H. Lorenzsche Theorie der Kreiselräder. S. 314.
Besprechungen:
H. A. Lorentz, Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern. S. 318.
A. Cotton u. H. Mouton, Über Ultramikroskope und ultramikroskopische Präparate. S. 318.
J. M. Eder, Ausführliches Handbuch der Photographie. 1. Lfrg. S. 319.
Verhandlungen der Internationalen Konferenz über elektrische Maßeinheiten. S. 319.
H. W. Vogel, Photochemie und Beschreibung der photographischen Chemikalien. S. 319.
W. Weitbrecht, Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. S 320.
J. u. R. Ambronn, Sternverzeichnis, enthaltend alle Sterne bis zur 6,5. Größe für das Jahr 1900. S. 320.
Berichtigung. S. 320.
Personalien. S. 320.
Gesuche. S. 320.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Radioaktivität des Bleis.

(Zweite Mitteilung.)

Von J. Elster und H. Geitel.

Die folgende Mitteilung schließt sich an eine frühere[1]) an, welche die Abscheidung radioaktiver Substanzen aus gewöhnlichem Blei betraf. Den Ausgang jener Untersuchung bildete der Gedanke, daß die schwache natürliche α-Aktivität des Bleis und seiner Verbindungen vielleicht einem Gehalt an RaF (Polonium) zugeschrieben werden könne, der dann auch — wegen der Konstanz der Wirkung — zugleich die Anwesenheit des strahlenlosen, langlebigen Produkts RaD voraussetzen würde.

Übereinstimmend mit dieser Vermutung ergab sich, daß es wirklich möglich war, aus Bleilösungen nach Ausfällung der Hauptmasse des Bleis durch überschüssige Schwefel- oder Chlorwasserstoffsäure aus der verbliebenen Lösung durch Schwefelwasserstoff einen Niederschlag zu gewinnen, der eine besonders deutliche α-Strahlung zeigte.

Am einfachsten war es, käufliches Bleioxyd durch Chlorwasserstoffsäure in Chlorid umzusetzen, und die durch Abgießen erhaltene klare Flüssigkeit nach teilweisem Neutralisieren der Säure durch Ammoniak mittels Schwefelwasserstoffs zu fällen. Die α-Strahlung des auf einen Filter gesammelten, ausgewaschenen und getrockneten Niederschlags betrug je nach der sehr verschiedenen Stärke der Präparate etwa das 30—300fache von der des verwandten Bleioxyds, auf gleiche Oberflächen der Substanz bezogen. Diese letzteren vergleichenden Messungen konnten wir erst nach Beschaffung eines empfindlicheren Apparates ausführen, der uns bei der vorigen Arbeit noch nicht zur Verfügung war.

Wir haben inzwischen den Gegenstand nach zwei Richtungen hin weiter verfolgt, indem wir einerseits uns bemühten, stärker aktives Material durch Verarbeitung größerer Massen von Bleioxyd darzustellen und andererseits die Natur des strahlenden Körpers durch die Abnahme seiner Aktivität in der Zeit und durch den Wirkungsbereich seiner α-Strahlen in Luft näher zu bestimmen suchten, welcher letztere ja nach den Untersuchungen von Bragg und Kleeman eine für die einzelnen Abkömmlinge des Radiums charakteristische Größe darstellt.

Wie wir gleich bemerken wollen, sind die erstgenannten Bemühungen erfolglos geblieben, die Konzentration des aktiven Prinzips gelang bei den späteren Arbeiten sogar weniger gut als früher, wenn auch qualitativ das Ergebnis von derselben Art war. Freilich waren bei der chemischen Behandlung des Rohmaterials die äußeren Umstände nicht die gleichen. Wie wir in unserer früheren Mitteilung schon bemerkten, mußten wir Bedenken tragen, diese Arbeiten in unseren Laboratoriumsräumen auszuführen, da eine Fälschung der Resultate durch eine aus früheren Zeiten stammende Radium-

1) Diese Zeitschr. **7**, 841, 1906.

infektion dort nicht mit Sicherheit zu vermeiden schien. So wurden auch dieses Mal alle chemischen Manipulationen bis zur fertigen Herstellung des Endpräparats im Freien vorgenommen. Blieb daher der Verdacht, daß Abkömmlinge des Radiums erst während der chemischen Bearbeitung sich in die behandelten Substanzen eingeschlichen hätten, so gut wie ausgeschlossen, so waren andererseits die Temperaturverhältnisse zumal in der ungünstigen Jahreszeit im Freien unmöglich gleichmäßig zu erhalten. Es ist vielleicht dies ein Grund des Mißerfolges; bekanntlich läßt sich ja das Gelingen einer Trennung radioaktiver Produkte vermittels chemischer Fällungen nicht immer mit Sicherheit vorhersagen, oder in anderen Worten, die dazu notwendigen Bedingungen sind noch nicht zureichend bekannt.

Wenn uns nun die Verarbeitung größerer Mengen Bleioxyds, die wir im November v. J. ausführten, auch keine stärkere Konzentration der Aktivität auf kleine Substanzmengen gebracht hat, so gewannen wir wenigstens einen reicheren Vorrat schwach wirksamer Präparate, die zu Kontrollbeobachtungen wohl brauchbar waren.

Zu den Untersuchungen über die etwaige Änderung der Strahlungsintensität in der Zeit benutzten wir, um über möglichst lange Zeiträume verfügen zu können, das eine der schon in der ersten Arbeit genannten Präparate, es war aus sogenanntem chemisch reinen Bleinitrat am 14. Oktober v. J. dargestellt und am 15. zuerst auf sein Strahlungsvermögen geprüft. Der von dem Betrage der natürlichen Zerstreuung befreite Wert, gemessen durch den Potentialabfall des unter geschlossener Metallglocke aufgestellten Elektroskops[1]) ergab sich an diesem Tage als $J_0 = 43{,}3$. Vier weitere Messungen im Laufe des folgenden Halbjahres zeigten, daß die Strahlung allmählich zurückging. Die Ergebnisse sind in folgender Tabelle vereinigt:

Zahl der Tage seit Herstellung des Präparats	Strahlungsintensität beob.	Strahlungsintensität ber.	Differenz
0	43,3	45,6	−2,3
81	31,3	26,1	+5,2
118	18,7	20,2	−1,5
125	17,4	19,2	−0,8
151	16,8	16,1	+0,7.

Die als berechnet aufgeführten Zahlenwerte ergaben sich aus den beobachteten unter der Voraussetzung, daß der Abfall der Strahlung durch ein einfaches Exponentialgesetz von der Form:

$$J = J_0 e^{-\alpha t}$$

darstellbar sei; die Konstanten ($\log J_0$ und $\alpha \log e$) der Formel

$$\log J = \log J_0 - \alpha \log e\, t$$

wurden durch Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt und dadurch die Gleichung:

$$\log J = 1{,}6587 - 0{,}002996\, t$$

(in Briggischen Logarithmen) gewonnen.

Setzt man für die Zeit t die in der ersten Reihe verzeichneten Werte (in Tagen als Einheit), so erhält man aus dieser Formel die Zahlen der dritten. Die Übereinstimmung ist nur in den drei letzten Gliedern befriedigend. Nimmt man den ausgeglichenen Wert $\alpha \log e = 0{,}002996$ als richtig an, so ergibt sich für die Substanz die Halbierungskonstante $\log 2 : \alpha \log e$ zu fast genau 100 Tagen. Von den bekannten radioaktiven Produkten hat nur das *RaF* (mit 143 Tagen) eine der obigen vergleichbare Halbierungskonstante, durch die auch die beiden ersten Werte von J gut wiedergegeben werden. Allerdings ist die Abweichung der folgenden Zahlenwerte doch so erheblich, daß man Bedenken haben muß, sie ganz auf Rechnung von Messungsfehlern zu setzen. Es bleibt nichts übrig, als den ferneren Verlauf des Abklingens abzuwarten, wir hoffen zugleich, die Beobachtungsmethode noch verbessern zu können.

Zur Bestimmung des Wirkungsbereiches der α-Strahlen haben wir einen Apparat konstruiert, der in seinem Wesen zwar mit den gebräuchlichen Formen übereinstimmt, dabei aber den äußerst schwachen Wirkungen angepaßt ist, mit denen man bei diesen Untersuchungen zu tun hat (Fig. I). Das Elektroskop E, das von außen durch die Sonde S geladen werden kann, wird mittels der Verschraubung T auf die Ionisierungskammer R aufgesetzt, die ihrerseits auf der Grundplatte P ruht. Der Träger der Blättchen ist, wie von Engler und Sieveking vorgeschlagen, oben im Elektroskope bei A in ein Bernsteinstück eingelassen, an ihm hängt an einem bei B einzufügenden Stift die Messingplatte K. Ihr gegenüber stehen in veränderlicher Entfernung, die an den Millimeterteilungen bei m und m' abgemessen werden kann, zunächst ein Drahtnetz D von 2 mm Maschenweite und eine Metallscheibe M, beide aus vernickeltem Messing verfertigt und so bemessen, daß die erstere den Querschnitt der Ionisierungskammer fast ganz ausfüllt. Auf die Grundplatte P kann nötigenfalls ein Schälchen, das einige Stück frisch geschnittenen Natriums enthält, zum Zweck der völligen Austrocknung des Apparats aufgesetzt werden, auch das Elektroskop ist bei N mit Trockenvorrichtung versehen. Der Maßstab der Figur ist 1 : 4.

Will man die Reichweite einer nur α-Strahlen ausgebenden, auf einem Filter gesammelten Substanz bestimmen, so hebt man die Ionisierungs-

1) Der Apparat ist beschrieben diese Zeitschr. **5**, 321, 1904.

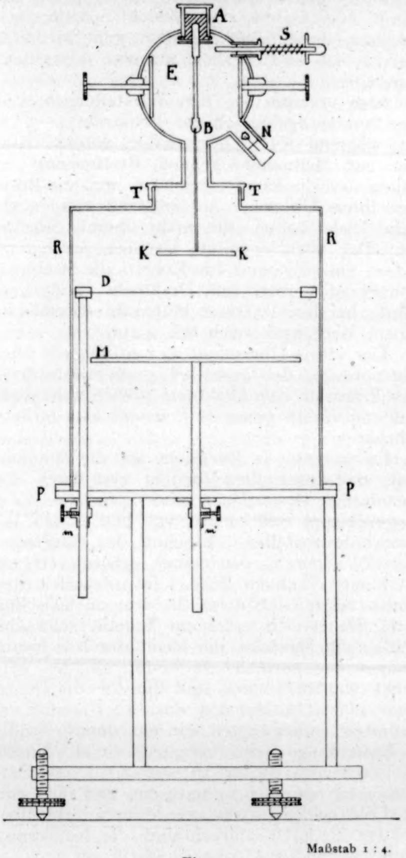


Fig. 1.

kammer mitsamt dem Elektroskope von der Grundplatte ab und legt das Filter auf die Scheibe *M* möglichst glatt auf, indem man es mit einem Messingringe beschwert, dessen innerer Durchmesser nicht viel kleiner als der des Filters ist. Das Drahtnetz *D* wird so eingestellt, daß seine Entfernung von der Platte *K* etwa 3,5 cm beträgt und in dieser Lage durch Festklemmen seines Halters bei *m* unverändert gehalten. Durch Verschieben des Halters der Scheibe *M* in der Führung *m'* kann man Entfernungen zwischen *M* und *D* in den Grenzen von 0 bis 132 mm hervorbringen und zugleich an den Teilungen bei *m* und *m'* ablesen. Erteilt man nun dem Elektroskope mittels der Sonde *S* eine gewisse Potentialdifferenz gegen die zur Erde abgeleiteten Teile des Apparats, die demnach auch zwischen *K* und *D* innerhalb der Ionisierungskammer besteht, so läßt sich in bekannter Weise aus dem Rückgang der Blättchen des Elektroskops in einer bestimmten Zeit auf die Ionisierung der Luft in diesem Raume schließen. Vorauszusetzen ist, daß man, wie bei allen solchen Messungen, den durch die natürliche Ionisierung der Luft (also bei Abwesenheit des Präparats) bewirkten Voltabfall, der zugleich auch etwaige Fehler der Isolation des Bernsteinstopfens mit in sich schließt, für die gleiche Entfernung zwischen *K* und *D* vorherbestimmt hat. Diese als Korrektion von den eigentlichen Messungsresultaten abzuziehende Größe ist auch am Schluß einer jeden Beobachtungsreihe festzustellen. Hat man nun für verschiedene gemessene Entfernungen (x) der Substanz vom Drahtnetze die Ionisierung oberhalb des letzteren gemessen, so stellen diese Werte (y), wenn man sie um jene Korrektion vermindert denkt, die Ionisierung der Luft dar, soweit sie von der durch das Drahtnetz gedrungenen α-Strahlung herrührt. Die graphische Darstellung von y als Funktion von x führt zu Kurven, die mit hohen Ordinaten für kleine Werte von x beginnen und bei Überschreitung des kritischen Wertes der Entfernung x, d. h. von der Grenze des für die Substanz charakteristischen Ionisierungsbereiches an in Parallelen zur Abszissenachse übergehen. Den von Bragg und Kleeman[1]) angewandten Kunstgriff, durch ein System kurzer beiderseits offener Röhren, die auf das Präparat aufgesetzt werden, die zum Drahtnetz senkrechten Strahlen auszusondern, haben wir auch zu nützen versucht, indessen geht dadurch bei der schwachen Wirksamkeit der Präparate viel von dem Effekt verloren. Die Dauer einer Einzelbeobachtung für eine bestimmte Entfernung x ist natürlich nach der Intensität der Strahlung zu bemessen. Für die nach dem oben genannten Verfahren erhaltenen Substanzen genügte eine Stunde. Bei sehr schwach wirkenden Stoffen kann man eine Messung auf 12 Stunden ausdehnen, hiermit ist aber wohl die Grenze der Leistungsfähigkeit des Apparates erreicht. Der Grund der Unsicherheit, die dann eintritt, wenn die zu messende Ionisierung nur einen Bruchteil der natürlichen beträgt, liegt vielleicht in einer Inkonstanz der letzteren, besonders aber wohl in einer Fehlerquelle, die auch von anderer Seite bei den entsprechenden Beobachtungen mit starken Präparaten bemerkt ist und die in dem unterhalb des Drahtnetzes zwischen diesem und der Scheibe *M* liegenden Teile des Ionisierungsraumes ihren Sitz hat. Je größer nämlich dieser ist, um so mehr Ionen finden von ihm aus in-

1) Bragg u. Kleeman, Phil. Mag. 8, 728, 1904.

folge von Diffusion durch das Drahtnetz ihren Weg in den oberen Raum zwischen D und K und täuschen darin eine Ionisierung vor, die dort in Wirklichkeit ihren Ursprung nicht hat. Besonders auffallend wird dieser Fehler bei Abwesenheit jedes aktiven Präparats; man findet alsdann bei tiefer Stellung der Scheibe M größere Voltabnahmen am Elektroskope, als wenn man diese dicht an das Drahtnetz heranbringt. Die Störung ist indessen bei der Geringfügigkeit der normalen Ionisierung der Luft ohne schädlichen Einfluß auf Messungen an solchen Präparaten, deren Aktivität von der Größenordnung der aus Blei gewonnenen ist.

Wir lassen zunächst die hierauf bezüglichen Beobachtungen in graphischer Darstellung folgen (Fig. 2); die Abszissen stellen die Ent-

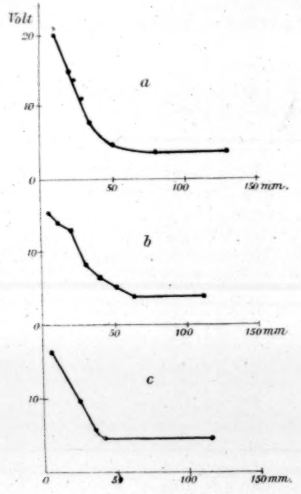


Fig. 2.

fernung zwischen der Scheibe M und dem Drahtnetz D dar, die Ordinate n die Voltabnahmen am Elektroskop, berechnet auf die Stunde. Die Kurve a ist mittels derselben Substanz gewonnen, die auch zur Bestimmung der Abfallskonstante gedient hat, b bezieht sich auf alles übrige im Oktober v. J. erhaltene Material, c auf das gesamte im November hergestellte. Die Korrektion durch Abzug der normalen Potentialabnahme ist in diesen Darstellungen nicht ausgeführt, sie würde pro Stunde im Mittel 2,6 Volt betragen. Um sie zu eliminieren, hat man sich nur die Abszissenachse um 2,6 Einheiten emporgerückt zu denken. Sie ist — innerhalb der Fehlergrenzen übereinstimmend — dadurch gefunden, daß man entweder das Präparat aus dem Apparat entfernte oder es, mit einer Schicht Schreibpapier bedeckt, darin beließ. Daraus geht wiederum hervor, daß es sich allein um eine α-Strahlung handelte.

Man erkennt aus den Darstellungen, daß der Ionisierungsbereich der Präparate 4—5 cm ist, während *RaF* 3,9 cm haben würde. Eine bis auf Millimeter genaue Bestimmung ist schon deshalb kaum erreichbar, weil die Filter mit ihrem Überzuge an Substanz eine merkliche Dicke haben, die nicht überall dieselbe ist. Der oben erwähnte Versuch durch Aufsetzen eines Systems von Röhren die Strahlung annähernd normal zum Drahtnetz zu machen, führte bei dem stärksten Präparate ebenfalls zu einem Wirkungsbereich von 4 cm.

Der kleine Überschuß an Leitfähigkeit über die normale, der auch bei großem Abstande des Präparats vom Drahtnetz verbleibt, ist wohl auf jene vorhin genannte Ionendiffusion zurückführbar.

Es war nun in Rücksicht auf die Möglichkeit, daß trotz aller Vorsicht erst durch die chemischen Operationen eine Spur von *RaF* eingeschleppt sein könnte, von besonderem Interesse festzustellen, ob schon das Ausgangsmaterial Spuren von einer g l e i c h a r t i g e n Strahlung erkennen ließe. In u n z w e i f e l h a f t e r Weise zeigte sich diese an dem metallischen Blei. Da es sich indes um äußerst schwache Wirkungen handelte, die leicht durch Schwankungen der normalen Ionisierung hätten verdeckt werden können und die für die Dauer einer einzelnen Messung etwa 12 Stunden erforderten, so begnügten wir uns damit, sie für 3 Entfernungen aus möglichst viel Einzelbeobachtungen sicher zu stellen. Diese Entfernungen waren 0,1 cm, 4 cm und 11,5 cm. Für die beiden ersten wurde ununterbrochen 9 Tage hindurch abwechselnd die Ionisierung bestimmt, und erst dann die Platte auf 11,5 cm Entfernung gesenkt. Für 0,1 cm fand sich im Mittel die Voltabnahme 3,15, für 4 cm 2,48 und für 11,5 cm 2,23. (Nach Entfernung der Bleiplatte ergaben sich Zahlen zwischen 2,08 bis 2,32.) Zu bemerken ist, daß a l l e für die Entfernung 4 cm gefundenen Zahlen unter dem zu 0,1 cm gehörenden Werte lagen. Man sieht, daß diese Messungen mit der Annahme übereinstimmen, daß eine α-Strahlung von einem Ionisierungsbereiche von etwa 4 cm schon vom gewöhnlichen Blei ausgeht.[1])

Das Bleioxyd und -nitrat verriet ebenfalls eine schwache Strahlung, doch war sie zu gering, als daß der Ionisierungsbereich hätte ab-

1) N. B. Campbell (Phil. Mag. 11, 217, 1906) findet für eine dem Blei eigentümliche α-Strahlung einen Wirkungsbereich von 12 cm. Diese Art von Aktivität ist demnach nicht mit derjenigen identisch, die unsere Präparate zeigen.

geschätzt werden können. Man erkannte sie aber leicht an der Vermehrung des stündlichen Voltabfalls am Elektroskope bei fortgenommenem Drahtnetze, indem dieser bei Anwesenheit der betreffenden Substanz (sie wurde auf die Scheibe *M* gebracht) den normalen Verlust regelmäßig etwas übertraf. Bedecken mit einer Lage Schreibpapiers, hob, wie bei dem stärkeren Präparate und beim Blei, die Wirkung auf. Da jetzt das Drahtnetz zwischen der Platte *K* und *M* fehlt, hat man darauf zu achten, daß keine merklichen Kapazitätsänderungen des geladenen Systems durch das Einbringen der Substanz eintreten. Auf diesem Wege ließ sich auch die anfangs erwähnte Vergleichung der Strahlung des als Ausgangsmaterial benutzten Bleioxyds mit der der Präparate erreichen.

Für die eingangs genannte Annahme, daß das aktive Prinzip des Bleis mit *RaF* identisch sein könne, spricht demnach die Größe des Ionisierungsbereiches von etwa 4 cm, ferner auch die Halbierungskonstante, die mit der des *RaF* noch am besten vergleichbar ist. Andererseits ist die Abweichung der gefundenen Konstanten von denen des *RaF* immerhin so beträchtlich, daß man, selbst in Anbetracht der Unsicherheit der Messungen, nicht ohne weiteres darüber hinwegsehen darf. Dazu kommt, daß auch das chemische Verhalten der Bleiaktivität doch nicht so völlig mit dem des *RaF* übereinzustimmen scheint, daß seine Konzentration nach der für diesen Körper zutreffenden Methode unbedingt Erfolg verspräche.

Wir möchten es daher immer noch unentschieden lassen, ob im gewöhnlichen Blei normalerweise Polonium als aktiver Bestandteil vorhanden ist, oder ob dem Blei eine untrennbare, mit der fortgesetzten Bildung eines dem Polonium ähnlichen *X*-Körpers verbundene Radioaktivität zukommt.

Auch die Kosten dieser Untersuchung sind, wie wir dankend hervorheben, aus den Mitteln der Jagorstiftung in Berlin bestritten.

Wolfenbüttel im März 1906.

(Eingegangen 28. März 1907.)

Ein neues Zwischenprodukt im Thorium.

Von Otto Hahn.

Über die Eigenschaften des Radiothors und speziell seine Stellung zum Thorium sind in letzter Zeit eine ganze Reihe von Arbeiten erschienen. In meiner ersten zusammenfassenden Mitteilung[1]) über das Radiothorium habe ich die Wahrscheinlichkeit betont, daß dieses ein Zerfallsprodukt des Thoriums sei, daß das Thorium selbst wohl keine Strahlen aussende und die Aktivität des gewöhnlichen Thoriums nur vom Radiothor und dessen Zerfallsprodukten herrühre. Um dieses anzudeuten, habe ich auch den Namen Radiothorium für das stark aktive Produkt gewählt.

Die Arbeiten von G. A. Blanc[1]) und von Elster und Geitel[2]) bestätigten und vervollkommneten die Erkenntnis der radioaktiven Eigenschaften des Radiothors und ihre Übereinstimmung mit denen des Thoriums, so daß über die Identität der beiden die Emanation aussendenden Substanzen ein Zweifel nicht herrscht.

Elster und Geitel gelang es, aus gewöhnlichem Thorium eine geringe Menge eines Oxyds herzustellen, das konstant etwa zwölfmal so stark aktiv war, als gewöhnliches Thoroxyd. Sie haben also eine gewisse Anreicherung an Radiothor erreicht. Und ebenso gelang es dann G. A. Blanc durch die bekannte Wirkung des Baryumsulfats aus 6 kg Thornitrat wenige Milligramm eines Produktes zu erzielen, das einige tausendmal so stark war als Thoroxyd und ebenfalls seine Aktivität beibehielt.

Über das Verhältnis der Aktivität von Thormineralien zu ihrem Gehalt an Thor berichten die Arbeiten von Boltwood[3]) und von Dadourian[4]), die auf unabhängigem Wege zu einem durchaus übereinstimmenden Resultat führten. Beide Forscher fanden, daß die Aktivität von Thormineralien, auf gleichen Gehalt an Thor bezogen, eine konstante Zahl ist; ein Resultat, das den Beweis erbringt, daß tatsächlich das Radiothorium ein Zerfallsprodukt des Thoriums ist.

Es liegen also ähnliche Verhältnisse vor, wie beim Uran und Radium, wo man ebenfalls aus der Konstanz des Verhältnisses von Uran zu Radium in den verschiedensten Mineralien auf deren genetische Beziehung schließen konnte.

Die Untersuchungen von Boltwood und von Dadourian beschränkten sich aber nicht nur auf Thormineralien; auch die Thorpräparate des Handels wurden in den Kreis der Untersuchung gezogen. Da fand sich dann das sehr auffallende Resultat, daß das Thoriumnitrat des Handels an Aktivität weniger als die Hälfte des Wertes zeigte, den es nach seinem Gehalt an Thoriumoxyd aufweisen müßte. Dabei bedienten sich die beiden Forscher durchaus verschiedener Methoden der Messung. Boltwood verglich die Aktivität mit Hilfe der Wirkung der α-Strahlen in der Versuchsanordnung, wie

1) Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **2**, 233, 1905.

1) Diese Ztschr. **7**, 620, 1906.
2) Diese Ztschr. **7**, 445, 1906.
3) Diese Ztschr. **7**, 482, 1906.
4) Diese Ztschr. **7**, 453, 1906.

sie zuerst von Mc Coy[1]) angegeben ist. Dadourian verwandte seine Präparate in gelöster Form, sammelte den aus der Emanation entstehenden aktiven Beschlag am negativ geladenen Draht und maß die so erhaltenen Aktivitäten unter Einhaltung gleicher äußerer Bedingungen. In neuester Zeit kam auch Eve[2]) zu ähnlichen Resultaten, indem er Thormineralien und Thorpräparate des Handels von bekanntem Gehalt mit Hilfe der γ-Strahlen miteinander verglich.

Thornitrat des Handels war also immer kaum immer halb so stark aktiv, als es hätte sein sollen.

Boltwood schloß aus diesen Resultaten, daß bei der technischen Herstellungsmethode des Thornitrats auf irgendeine Weise mehr als die Hälfte des Radiothoriums vom Thorium abgetrennt würde.

Eine derartige Möglichkeit war durchaus nicht von der Hand zu weisen; aber immerhin wäre eine solch weitgehende Trennung sehr bemerkenswert gewesen, wenn man bedenkt, daß bis jetzt die mannigfachen Bemühungen zur Abtrennung des Radiothors vom Thorium entweder vollständig ergebnislos verlaufen waren, oder, wie bei den Versuchen von Elster und Geitel und von G. A. Blanc nur zu einem solchen Betrage vor sich gegangen waren, daß an der Aktivität des Thoriums selbst ein Unterschied in der Stärke kaum zu konstatieren war.

Ich begann daher eine systematische Untersuchung der Aktivität von Thoriumpräparaten des Handels von verschiedenem Reinheitsgrad, um zu prüfen, ob während des Reinigungsprozesses sich eine Verminderung der Aktivität konstatieren ließe. Ermöglicht wurden mir diese Versuche durch das liebenswürdige Entgegenkommen der Firma Dr. O. Knöfler & Co. in Plötzensee bei Berlin, die mir die verschiedensten Reinheitsproben zur Verfügung stellte, wofür ich der Firma auch an dieser Stelle herzlichen Dank sage.

Die Aktivität der Präparate wurde gemessen nach dem Verfahren von Mc Coy[3]), das die Proben in beliebig dünner und recht gleichmäßiger Schicht herzustellen erlaubt, so daß man unter sonst gleichen Bedingungen verschiedene Präparate mittels ihrer α-Aktivität direkt miteinander vergleichen kann. Im allgemeinen wurde so verfahren, daß das betreffende Thorpräparat ins Oxyd verwandelt und dann kurze Zeit stark geglüht wurde, um es in den nicht emanierenden Zustand zu versetzen. Dann wurde es mit Chloroform angerührt, mittels eines feinen Haarpinsels auf ein Aluminiumblech gestrichen und im Elektroskop gemessen. Die verwendeten Bleche hatten gleiche Form und Oberfläche, die Menge der untersuchten Substanz betrug im allgemeinen 10—12 mg. Vorversuche zeigten, daß für gleiche Präparate unter diesen Bedingungen befriedigend übereinstimmende Werte gefunden wurden.

Es kamen einesteils Präparate zur Messung, die schon einen recht hohen Thorgehalt aufwiesen, immerhin aber noch wiederholten Reinigungsprozessen zu unterwerfen waren. Unter Berücksichtigung der etwas variierenden Zusammensetzung der Oxyde ergab sich als allgemeines Resultat, daß während des Reinigungsprozesses ein allmähliches oder plötzliches Schwächerwerden der Aktivität mit Sicherheit nicht zu beobachten war. Schwankungen der Aktivität ergaben sich zwar, aber eher im entgegengesetzten Sinne, indem die unreineren Proben bisweilen etwas schwächer gefunden wurden, als die reinen auf gleichen Thorgehalt berechnet. Der Grund lag wahrscheinlich in geringen Mengen Alkalis, wodurch die Schicht etwas hygroskopisch wurde, und eine etwas stärkere Absorption der α-Partikeln hervorrief. (Bemerkt sei, daß nicht genügend stark geglühtes Thoroxyd an sich schon hygroskopisch ist.)

Die Abtrennung des Radiothors mußte also, wenn sie überhaupt erfolgte, schon bei der Herstellung des Rohthoriums aus dem Monazit erfolgt sein. Ich untersuchte daher einige Präparate und Ablaugen von den ersten Prozessen der Monazitverarbeitung, soweit sie mir zur Verfügung gestellt werden konnten. Aber auch hier war das Resultat dasselbe. Die Aktivität entsprach in befriedigender Weise dem ungefähren Thorgehalt und auch der bei der Verarbeitung zurückbleibende unlösliche und ungelöste Rückstand zeigte, nachdem ein Überschuß von Thorium-X zerfallen war, keine erhebliche Thoraktivität mehr.

Alle diese untersuchten Proben waren frische Produkte und kamen unmittelbar aus dem technischen Prozeß in meine Hände. Es ist daher klar, daß auf Schwankungen der Aktivität, die von Thor-X herrührten, Rücksicht genommen werden mußte. Die Messungen wurden daher entweder 1 Monat nach dem Einliefern ausgeführt oder sie wurden bis zur Einstellung des Gleichgewichts mit dem Thorium-X wiederholt.

Die oben genannten Versuche, bei der Herstellung und Reinigung des Handelsthoriums einen Punkt zu finden, bei dem die Abtrennung des Radiothors stattfände, oder auch ein allmähliches Schwächerwerden bei fortgesetztem Reinigungsprozesse nachzuweisen, sind also

1) Journ. Americ. Chem. Soc. **27**, 291; Am. Journ. Science **21**, 433.
2) Am. Journ. Science, Dez. 1906.
3) l. c.

negativ verlaufen und die Frage über den Verbleib des fehlenden Radiothors blieb offen.

Ich wurde daher in einer schon früher gehegten Vermutung bestärkt, daß der Zerfall des Thoriums in Radiothorium vielleicht nicht direkt stattfände, sondern daß ein Zwischenprodukt existieren könne, aus welchem dann erst das Radiothorium sich bilde.

Für die Existenz eines solchen Körpers schienen mir verschiedene Erscheinungen zu sprechen:

Nach einer privaten Mitteilung von Boltwood zeigte das schwach aktive Thoriumnitrat im Verlaufe von fast zwei Jahren keine nennenswerte Änderung seiner Aktivität. Es ließ sich daraus auf eine relativ hohe Lebensdauer des Radiothoriums schließen. Andererseits habe ich bereits in einer früheren Mitteilung angegeben, daß die von mir untersuchten Radiothorpräparate eine deutliche Abnahme ihrer Aktivität erkennen ließen. In meiner letzten Mitteilung über den Gegenstand erwähnte ich, daß eine exakte Messungsreihe im Gange sei, die unter möglichster Vermeidung von Irrtümern Aufklärung über die Zerfallsperiode des Radiothors geben sollte. Um äußere Einflüsse, wie Feuchtigkeit usw. abzuhalten, war das Präparat auf einem Glasschälchen luftdicht unter einer dünnen Glimmerplatte aufbewahrt. Leider ist dies Präparat bei der Überfahrt von Amerika zertrümmert worden, so daß hier wieder neue Versuche in Gang gesetzt werden mußten. Ein Präparat wird im zugeschmolzenen Glasröhrchen auf seine β-Wirkung untersucht. Ein weiteres analog dem obigen Präparat findet sich auf einer Uhrschale, die mit einer dünnen Glimmerplatte luftdicht verschlossen ist. Zur Vermeidung elektrostatischer Störungen sind die Gefäße vollständig in Zinnfolie eingehüllt. Wiederum ist das Resultat, daß die Aktivität der Präparate abnimmt. Indessen kann ich eine bestimmte Zerfallskonstante noch nicht angeben, da der Abfall in letzter Zeit viel langsamer vor sich zu gehen scheint als früher. Als Größenordnung scheint mir zwei Jahre für die Zerfallsperiode des Radiothoriums eine obere Grenze zu sein, vielleicht ist sie noch kürzer. Auf eine Erklärungsmöglichkeit, warum sich keine einheitlichen Zahlenwerte für den Abfall finden, werde ich unten kurz zurückkommen.

Die Radiothorpräparate nehmen also ab, das Boltwoodsche geschwächte Thorium nahm aber nicht oder nicht in demselben Maße zu, wie man hätte erwarten müssen, wenn das Radiothorium der direkte Abkömmling des Thoriums war. Hier läßt sich ein Ausweg aus der Schwierigkeit finden, wenn man die Existenz eines Zwischenproduktes zwischen Thorium und Radiothorium mit einer längeren Lebensdauer als der des Radiothoriums annimmt. Dann würde es sich erklären lassen, warum das erwähnte schwache Thoriumpräparat nicht in dem Maße zunahm, als die von mir untersuchten Radiothorpräparate abnahmen. Man brauchte ja nur anzunehmen, daß dem Thoriumpräparat nicht nur das Radiothor, sondern auch das Zwischenprodukt fehle, mit dessen Neubildung dann erst die Neubildung des Radiothors eintreten könnte.

Auch das Vorhandensein beträchtlicher Thoraktivität in den von G. A. Blanc und von Elster und Geitel untersuchten Schlammsedimenten ließ sich leichter erklären, wenn man ein langsameres Produkt annimmt als eins, dessen Zerfallskonstante weniger als 2 Jahre beträgt.

Um die mögliche Existenz eines solchen Zwischenkörpers zwischen Thorium und Radiothorium zu beweisen, war der beste Weg, Thorpräparate gleicher Herstellungsart und Stärke, aber verschiedenen Alters miteinander zu vergleichen, um zu prüfen, ob sich Unterschiede der Aktivität nachweisen ließen. Auch hierbei erfreute ich mich der Unterstützung der Firma O. Knöfler & Co., die mir Durchschnittsproben reinen Thornitrats aus verschiedenen Jahrgängen und auch einige, deren Datum der Herstellung genau bekannt war, zur Verfügung stellen konnte.

Die Untersuchung ergab nun tatsächlich ganz beträchtliche Aktivitätsunterschiede und zwar derart, daß sich von den neuesten nach älteren Proben ein allmähliches Sinken der Aktivität nachweisen läßt. Das frisch hergestellte Thornitrat zeigt eine Aktivität von derselben Größenordnung als der einer entsprechenden Menge Thorianit, wenn die vom Uran und Radium herrührende Aktivität in diesem Mineral in Abzug gebracht ist. Dies Resultat deckt sich mit dem Befunde Boltwoods, der sich Thoriumnitrat selbst herstellte und dessen Stärke sich als von der richtigen Größenordnung erwies.

Während einiger Jahre nimmt dann die Aktivität ab und scheint nach etwa 3 Jahren einen Wert zu erreichen, der über ziemlich lange Zeitdauer ungefähr konstant bleibt. Naturgemäß stand mir nicht eine beliebige Auswahl von wohldefinierten Präparaten zur Verfügung; die meisten der älteren Produkte waren Jahresdurchschnittsproben, die dann natürlich keine ganz exakten Werte ergeben. Ich bin daher vorläufig nicht imstande, eine einheitliche Kurve der gefundenen Aktivitäten über einen großen Zeitraum anzugeben, zudem ist es ja auch nicht sicher, ob in jedem Falle bei der Herstellung ganz gleiche Bedingungen geherrscht haben. Es ist naheliegend, daß die allmähliche Abnahme der Aktivität der frisch bereiteten Thorpräparate vom Zerfall eines aus irgendeinem Grunde vorliegenden Überschusses an Radiothor her-

rührt; und in der Tat ergibt sich als Größenordnung für die Abnahme eine Periode von etwa zwei Jahren.

Nachdem der tiefste Wert der Aktivität erreicht ist und einige Zeit praktisch konstant blieb, scheint allmählich wieder eine Wendung nach oben einzutreten. Einige sehr alte Präparate, und zwar eines aus dem Jahre 1898 und eine ganz alte Probe vom Februar 1895 lassen nämlich wieder stärkere Aktivität erkennen, und zwar zeigt das Präparat von 1895 einen etwas höheren Wert als das 3 Jahre jüngere.

Ich sehe in dieser Mitteilung von der Wiedergabe irgendwelchen Zahlenmaterials ab, da ich hoffe, in Kürze über eine größere Auswahl verschieden alter Thorpräparate berichten zu können.

Ich begnüge mich hier mit der Deutung der gefundenen Werte.

Bei der technischen Herstellung des Thornitrats wird ein Zwischenprodukt abgetrennt, das keine α-Partikeln aussendet. Das Radiothorium selbst bleibt beim Thor. Daher ist die Aktivität des Nitrats unmittelbar nach seiner Herstellung von der zu erwartenden Größenordnung. Die Zerfalls- und daher Entstehungszeit des Zwischenkörpers ist länger als die des Radiothors. Die Aktivität des frischen Präparats nimmt daher ab, weil der Erzeuger des Radiothors fehlt, und zwar mit der Periode des Radiothors. Würde das Zwischenprodukt vollständig abgetrennt, und hätte dieses eine sehr lange Lebensdauer, so würde die Abnahme bis fast gegen Null erfolgen. Tatsächlich ist aber die Lebensdauer des Zwischenkörpers nicht sehr groß. Seine Zerfallsperiode scheint in erster Annäherung etwa sieben Jahre zu sein.

Daher wird allmählich das Zwischenprodukt zurückgebildet und mit diesem das Radiothor. Nach ein paar Jahren wird ein tiefster Wert der Aktivität erreicht und dann tritt eine allmähliche Wendung ein. Die Erholung des Thors geht dann vor sich mit der langsameren Periode des Zwischenkörpers; ist dieser vollständig zurückgebildet, so ist die Aktivität wieder so stark als unmittelbar nach der Herstellung und bleibt dann wohl konstant. Zur Erreichung dieses Wertes dürften etwa 40 Jahre erforderlich sein.

Aus der allmählichen Abnahme der Aktivität der Thorpräparate läßt sich also auf indirektem Wege die Existenz eines Zwischenkörpers beweisen.

Ein positiver Beweis wird aber erst dann erbracht sein, wenn es gelingt, aus älteren Thorpräparaten oder irgendwelchen Verarbeitungsprodukten der Thorherstellung thorfreie Substanzen herzustellen, die anfänglich keine oder unbedeutende Aktivität zeigen, und die dann das allmähliche Auftreten der spezifischen Thoraktivität erkennen lassen. Die charakteristische Emanation des Thoriums ist dabei ein sicherer Führer und schließt jeden Irrtum aus.

In dieser Richtung habe ich daher eine größere Anzahl von Versuchen angesetzt, und es ist mir auch gelungen, den direkten Nachweis der Neubildung des Radiothoriums zu führen. Ich habe drei Präparate, die eine merkliche Menge Thorium nicht enthalten und die seit über zwei Monaten eine konstante Zunahme ihrer Aktivität zeigen. Eine weitere kleine Probe wurde im November v. J. hergestellt und auch ihre Aktivitätszunahme läßt eine Verlangsamung nicht erkennen. Von der letzteren wird nur die Wirkung der α-Partikeln untersucht, aber von den neueren Präparaten liegt auch je ein Teil in gelöster Form vor, und aus den Lösungen läßt sich die Zunahme der Emanationskraft zu einem konstanten Betrage nachweisen.

Da in einem Radiothorpräparat, auch wenn es anfangs völlig frei an Thorium X war, nach einem Monat eine Änderung der Emanationsfähigkeit, wenn diese unter identischen Bedingungen geprüft wird, nicht mehr eintritt, so ist durch diese konstante Zunahme der direkte Beweis für das Vorhandensein eines vom Thorium verschiedenen Erzeugers des Radiothoriums erbracht.

Mit der Existenz dieses Zwischenkörpers lassen sich nun die von den oben genannten Forschern erhaltenen experimentellen Befunde ohne Zwang erklären. Ihnen standen offenbar Präparate zur Verfügung, die schon einige Jahre alt waren, bei denen also der anfängliche Überschuß an Radiothorium ganz oder zum großen Teil zerfallen war. Auch gibt Boltwood in seiner oben genannten Mitteilung für die Aktivität verschiedener Thorpräparate des Handels Werte an, die im Gegensatz zu der bemerkenswerten Konstanz der Aktivität der Mineralien beträchtliche Unterschiede voneinander aufweisen und die sicher außerhalb der Fehlergrenzen liegen. Eine Erklärung ergibt sich aus einem verschiedenen Alter der von verschiedenen Quellen bezogenen Präparate.

Die Tatsache, daß Boltwood ein schwaches Thorpräparat hat, das während fast zweier Jahre kaum eine Änderung seiner Aktivität zeigte, scheint mir anzudeuten, daß es sich hierbei um eine Probe handelte, die gerade an dem Minimum ihrer Aktivität lag; unter der Annahme von einem Zwischenprodukt, wie oben angegeben, müßte sich aber jetzt ein langsames Stärkerwerden konstatieren lassen.

Auch die nicht recht übereinstimmenden und augenscheinlich allmählich langsamer werdenden Abklingungszeiten der von mir in Untersuchung befindlichen Radiothorpräparate könn-

ten eine Erklärung finden in einem wechselnden Gehalt an dem Zwischenprodukt. Natürlich würde das zur Voraussetzung haben, daß das von mir seinerzeit aus dem Thorianit hergestellte Radiothorium in Wirklichkeit nicht reines Radiothorium war, sondern ihm erhebliche Mengen des Zwischenkörpers beigemengt waren.

Von der definitiven Wahl eines Namens für den neuen Körper sehe ich ab, bis sich seine Natur genauer hat feststellen lassen. Im letzteren Falle würde mir der Name „Mesothorium“ als zweckmäßig erscheinen.

Berlin, Chem. Institut der Universität, 22. März 1907.

(Eingegangen 26. März 1907.)

Luftelektrische Messungen.

Von A. Daunderer.

Eine der wichtigsten Fragen der luftelektrischen Forschung ist diejenige nach der Änderung des Potentialgefälles in der Atmosphäre mit der Höhe.

Meist wird die Annahme gemacht, dasselbe sei in den untersten Schichten des Luftmeeres konstant:

$$\frac{dV}{dh} = a, \tag{1}$$

so daß, da V am Erdboden selbst ($h = 0$) gleich Null gesetzt wird,

$$V = ah \tag{1a}$$

und

$$\frac{d^2V}{dh^2} = 0$$

wäre. Das würde heißen, daß die freie Raumladung oder Dichte der freien Elektrizität in der Nähe des Erdbodens

$$\varrho = -\frac{1}{4\pi}\frac{d^2V}{dh^2} \tag{1b}$$

ebenfalls gleich Null wäre.

Eine derartige Annahme scheint gestützt zu werden durch die bekannten Versuche von Fr. Exner[1]), der im Herbst 1884 durch einen kleinen Fesselballon Luntenkollektoren bis 50 m emporheben ließ, im Januar 1885 auch mit Flammenkollektoren auf Holzstäben mit Zwischenschaltung eines $^1/_3$ bis $^1/_2$ m langen Isolators arbeitete, wodurch er die Flammen von 0,50 bis zu 5,50 m über den Erdboden heben konnte.

Indessen fragt es sich, ob die hierbei gefundene Konstanz des Gefälles als die Regel und nicht vielmehr als die Ausnahme anzusehen ist. Die ausschließlich bei normalem, schönen Wetter, zum Teil auch während der Nacht angestellten Herbstbeobachtungen sind zu gering an Zahl (16, an 10 Tagen vorgenommen), um die Frage zu entscheiden, die Januarbeobachtungen sind während eines ruhigen, kalten, klaren Winterwetters angestellt, als der Boden mehr oder weniger gefroren war. Gerade in dieser Zeit mußte jener Transpirationsprozeß so gut wie vollkommen abgestellt sein, der nach H. Ebert[1]) sonst stets einen Überschuß von positiven Ionen aus dem Erdboden in die untersten Schichten der Atmosphäre gelangen läßt. Bei Witterungslagen, bei denen dieser Prozeß in Tätigkeit ist, also namentlich im Sommer, fallen die Versuche wie wir sehen werden, wesentlich anders aus.

Für die höheren Luftschichten ist die Abnahme des Potentialgefälles mit der Höhe durch zahlreiche Messungen im Freiballon bereits außer Zweifel gestellt worden.[2]) Es war daher von Wichtigkeit zu untersuchen, inwieweit sich diese Veränderung des Gefälles auch in die unteren Schichten der Atmosphäre erstreckt und welchen Gesetzmäßigkeiten sie hier folgt. Die Frage ist besonders auch deshalb von Bedeutung, weil sie mit der anderen nach der in der Luft enthaltenen freien räumlichen Ladung durch die Poissonsche Gleichung, wie schon angedeutet, aufs innigste zusammenhängt. H. Gerdien[3]) nahm zwischen dem Boden und 1000 m Höhe eine lineare Abnahme des Gefälles mit der Höhe an; er schätzt dasselbe zu 100 Volt/Meter am Boden, zu 25 Volt/Meter in der genannten Höhe und berechnet hieraus eine räumliche Dichte

$$\varrho = 2{,}7 \cdot 10^{-3}$$

elektrostatische Einheiten im cbm; wir werden sehen, daß diese Zahl nicht einmal der Größenordnung nach mit der Wirklichkeit übereinstimmt; damit fallen dann auch alle weiteren von dem Genannten a. a. O. auf diese Schätzungen basierten Schlußfolgerungen.

Um die Frage zunächst für die dem Boden unmittelbar anliegenden Schichten[4]) der Klärung näher zu bringen, stellte ich in Bad Aibling bei Rosenheim in staubfreier Lage Potentialmessungen an, 80 m von jedem Baume und 100 m von jedem Hause entfernt, inmitten von ebenem Wiesengrunde,

1) Fr. Exner, Sitzungsberichte der Wiener Akademie **93**, IIa, 258—261, 1886.

1) H. Ebert, Meteorologische Zeitschr. **21**, 201, 1904; diese Zeitschr. **5**, 135, 1904.

2) Vergl. hierüber sowie über die einschlägige Literatur den Artikel: „Die atmosphärische Elektrizität“ von H. Gerdien in Winkelmanns Handbuch der Physik. (2. Aufl.) IV, 1, 687 folgende, hier speziell § 10, S. 706.

3) H. Gerdien, diese Zeitschr. **6**, 647, 1905.

4) Versuche mit kleinen Fesselballons sind in München in Vorbereitung; erwähnen möchte ich auch, daß meine Ergebnisse in Übereinstimmung mit den von Herrn Dr. K. Lutz in Bogenhausen bei München erhaltenen sind, auf die derselbe in seiner Arbeit, Sitzungsber. d. Münchener Akad. **36**, 508, 1906, bereits kurz hingewiesen hat.

der sich ost- und westwärts etwa 600 m weit ausdehnt, im Süden und Norden bis 300 m nach Wald und Anlagen hin sich erstreckt.

Verwendet wurden stets gleichzeitig drei Flammenkollektoren und drei Elektroskope. Elektroskop *A* war ein Elster-Geitelsches mit Innenisolation und einem Meßbereiche von 40—360 Volt, Elektroskop *B* ein Exnersches mit oben angebrachter Bernsteinisolation, Meßbereich von 16—270 Volt, Elektroskop *C* ein Gerdiensches[1]) mit zwei Blättchenpaaren auf einem Träger, deren eines einen Meßbereich von 35—220 Volt, deren anderes einen solchen von 170—700 Volt ergibt.

Die Elektroskope sind mittels Schwefel vom Boden isoliert (*C* durch Hartgummifuß).

A ist mit Windschutzhaube versehen, bei *B* und *C* sind die Blättchen hermetisch gegen Wind abgeschlossen, die Vorteile der Innenisolation wurden *B* und *C* durch Isolierhauben gegeben, in einer Form, die aus Fig. 1

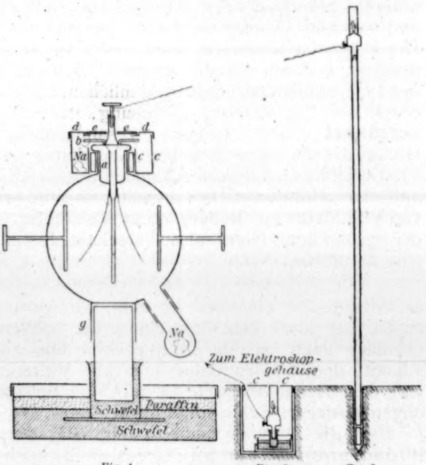


Fig. 1, 2 u. 3.

wohl ohne weiteres verständlich ist (*a* Bernstein, *b*, *e* Hartgummi, *c*, *d* Messing). Gegen elektrostatische Störungen sind alle drei Elektroskope durch feine Gitter hinter den Glasscheiben geschützt. Die Eichungen der Instrumente wurden wiederholt mittels einer Hochspannungs-Akkumulatorenbatterie unter Parallelschaltung eines Weston-Präzisionsvoltmeters im physikalischen Institute der technischen Hochschule München vorgenommen.

1) H. Gerdien, Nachr. d. Gött. Ges. d. Wiss. Heft 4, 288, 1904.

Die drei Elektroskope fanden auf einem Ständer in Tischhöhe Aufstellung, so daß sie unmittelbar hintereinander abgelesen werden konnten.

Es wurde fast stets mit drei ganz gleich gebauten Elster-Geitelschen Flammenkollektoren gearbeitet, die erst in letzter Zeit durch Lutzsche Kerzen[1]) ersetzt wurden, welche verschiedene Vorteile bieten.

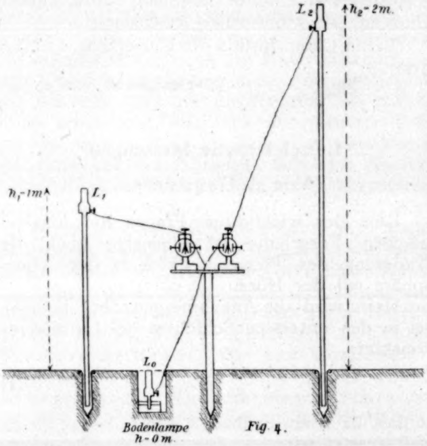


Fig. 4.

Ein Flammenkollektor L_0 (Fig. 4 und 2) war, auf Schwefel und Paraffin isoliert, so in den Boden eingegraben, daß der obere Lampenrand mit dem Boden eben abschnitt. Um stets gleiche Stellungen zu erzielen, und ein Einbiegen der Niveauflächen zu vermeiden, war die Lampe in einem Kistchen montiert, das oben bis nahe an die kleine Lampenöffnung heran mit einem Metallgitter von 6 mm Maschenweite abgeschlossen war.

Diese Lampe L_0 war durch einen gut isolierten Draht mit dem (ebenfalls isolierten) Gehäuse des einen Elektroskops verbunden. Dessen Blättchenträger war mit einer anderen, völlig gleichgebauten Lampe L_1 verbunden, die auf einem 2 cm starken Hartgummistabe so aufgestellt war, daß ihr oberer Rand genau 1 m über dem Boden, also auch dem oberen Rande von L_0 stand. Der Hartgummistab stak lose in einer Messinghülse (Fig. 3), die, mit dem Boden bündig, in diesem eingesenkt war. Eine dritte Lampe L_2 war auf einem zerlegbaren Kautschukstabe so montiert, daß der obere

1) K. Lutz, Sitz.-Ber. der Münchener Akad. **36**, III, 507, 1906.

Lampenrand genau 2 m über dem Boden stand. Der Kautschukstab stak auch hier, wie bei L_1 in einer mit dem Boden bündig endenden Messinghülse. Diese Lampe L_2 war mit dem Blättchenträger des zweiten Elektroskops verbunden, dessen Gehäuse mit dem des anderen, gleichzeitig in Verwendung stehenden mit der Bodenlampe L_0 in Verbindung war. Neben diesen beiden Elektroskopen wurde immer noch das dritte zur Kontrolle bald in der einen, bald in der anderen Weise zwischen die einzelnen Spannungspunkte geschaltet.

In der Regel lagen die Blättchen von Elektroskop A an Lampe L_2, die von B an Lampe L_1, die gegen den Boden isolierten Gehäuse der drei Elektroskope lagen ständig an Bodenlampe L_0. Bei Bedarf (die Meßbereiche von A und B, selbst die von C reichten zuzeiten nicht aus), oft auch zur Kontrolle wurden die Elektroskope vertauscht, wohl auch zwei Elektroskope gleichzeitig zur Ablesung eines Potentials verwendet, um von den Instrumentfehlern unabhängig zu sein.

Als Lampe wurde für L_2 in der Regel ein den beiden anderen gleich gebauter Kollektor benutzt, hie und da aber auch eine Acetylenlampe, welche Windstärke drei auch vier der Landskala noch vertrug, verwendet.

In allen Fällen, ob Elster-Geitelsche Kollektoren, oder Lutzsche Kerzen, oder auch die Acetylenflamme Verwendung fand, war dafür gesorgt, daß der obere Lampenrand durch das bloße Einstecken des Stabes in die Hülse genau 2 m bezw. 1 m über dem oberen Hülsenrande, also dem Boden, sich befand. Bei Schnee waren die oberen Ränder der Bodenlampe und der Steckhülsen mit der Oberfläche der Schneeschicht in gleichem Niveau, während der Standplatz des Beobachters schneefrei gehalten wurde, um die bekannten Störungen[1]) durch den Schnee hintanzuhalten.

Die drei Kollektorstäbe waren so angeordnet, daß L_1 und L_2 über den Spitzen zweier gleichseitiger Dreiecke von 5 m Seitenlänge und mit der gemeinsamen Basis: L_0 bis Elektroskoptischchen lagen. L_1 und L_2 wurden öfters mitsamt den Stäben vertauscht.

Dunstige, trübe, neblige Tage, oder gar solche mit Niederschlägen wurden möglichst vermieden, besonders seit Frühjahr 1906 wurden fast nur schöne Tage zu den Messungen verwendet.

Beim Sinken der Lufttemperatur oder Einfallen von Nebel traten zunächst direkt am Boden durch Beschlag der Stäbe Isolationsmängel auf. Obwohl sie erst bei weiterem Vorschreiten die Messungen sichtlich beeinflußten, wurde doch, so oft ein Beschlag auch nur zu fürchten war, die Messung abgebrochen. Den Morgen- und Abendnebeln wurde stets ausgewichen. Der 1 m-Stab wurde übrigens einige Male, um Isolationsmängel auszuschließen, durch einen Reservestab ersetzt. Der obere Meter des 2 m-Stabes zeigte selten Isolationsstörungen.

Die Isolierstäbe bis zum Boden zu führen statt Holzstäbe mit zu verwenden[1]), erwies sich wenigstens bei kleinen Flammenhöhen immer als notwendig, weshalb ein für allemal beide Kautschukstäbe bis zum Boden geführt wurden.[2]) Näherte sich ein Kind auch nur auf 1 m der 2 m hohen Lampe oder dem Leitungsdrahte, so gingen die Blättchen bedeutend zurück.[3]) Darum wurden die Ablesungen an den Elektroskopen in hockender Stellung gemacht, um das Feld nicht zu stören.

Die Länge des 2 m Stabes erwies sich freilich im Sommer in der Hinsicht lästig, als der Kautschuk durch Sonnenstrahlung weich und biegsam wurde. Es war notwendig, den Stab von Zeit zu Zeit in der Hülse zu drehen, um die andere Seite der Isolation auszusetzen.

Beim Drehen wurde der Stab sehr vorsichtig berührt. Da ein Reiben der Kautschukstäbe große Fehler hervorrufen kann, wurden die Stäbe stets tags vorher geputzt und poliert, durch eine Flamme gezogen, und in ein hierzu gefertigtes Etui gelegt, in diesem Etui aufs Beobachtungsfeld getragen und dort mit größter Vorsicht (Berühren nur am metallenen Lampenzapfen) in die Messinghülsen gesteckt.

Die wesentlichste Fehlerquelle ist bei Potentialmessungen in der Verlagerung der wirksamen Stelle der Flammenkollektoren zu suchen.

Diesen Fehler zu umgehen, waren die 1 m bzw. 2 m mit ihrem oberen Rande über dem Boden stehenden Lampen L_1 und L_2 mit der bis zum Rande in dem Boden eingelassenen Lampe L_0 in Beziehung gesetzt, so daß zur Ermittlung des Potentialgefälles die Differenzen V_1 und V_2 gemessen wurden, die sich aus den Ablesungen von L_1 und L_2 gegenüber der Bodenlampe L_0 ergaben.

Wurde so die Differenz $V_1 (= L_1 - L_0)$ gemessen, und unmittelbar darauf durch Berühren des Elektroskopgehäuses (also Ausschaltung von Lampe L_0) die Differenz V zwischen L_1 und Erde, so ergab sich V stets größer als V_1. Für die meisten Beobachtungsreihen ergaben sich für $V - V_1$ Mittelwerte von

1) Vergl. z. B. H. Benndorf, Sitz.-Ber. Wiener Akad. **108**, IIa, 341, 1899.

1) Vergl. z. B. Fr. Exner, Sitz.-Ber. Wiener Akad. **93**, IIa, 261, 1885.
2) Siehe auch H. Benndorf, Sitz.-Ber. Wiener Akad. **115**, IIa, 22, 1906.
3) H. Benndorf, Sitz.-Ber. Wiener Akad. **115**, IIa, 31, 1906.

6—7 Volt, für mehrere Beobachtungsreihen aber Mittelwerte bis 21 Volt. Dieser Unterschied ist nur durch Höherlagerung der wirksamen Flammenstelle zu erklären. Die Werte V_1 und V_2 geben das Potentialgefälle weit genauer, als wenn mit Ausschaltung der Lampe L_0 die Elektroskopgehäuse geerdet worden wären.

Man hätte erwarten können, daß der Wind auf die Größe $V - V_1$ einen Einfluß habe. Jedoch schien es, als ob es für den Wert von $V - V_1$ ganz ohne Einfluß sei, ob die Flammengase durch den Wind sozusagen horizontal abgezogen wurden oder ob sie gerade aufstiegen.

Daß die Bodenlampe wegen der Reibung des Windes am Boden ihren wirksamen Flammenpunkt höher habe als die dem Winde frei ausgesetzten Lampen L_1 und L_2, konnte auch nicht nachgewiesen werden. Wurde die Luftströmung durch vorgelegte Brettchen von Lampe L_0 abgehalten, so waren die Werte ziemlich die gleichen wie vorher.

Jedenfalls scheinen derartige Abweichungen durch die aus dem Flackern der Flammen und dem Wogen der elektrischen Niveauflächen hervorgehenden Abweichungen überdeckt zu werden.

Was die Deformation der Niveauflächen durch die Metallmassen der Kollektoren betrifft[1]), so wurde zwar bei den definitiven Messungen stets V_1, die Spannungsdifferenz zwischen den Lampen L_1 und L_0, sowie V_2, die Spannungsdifferenz zwischen L_2 und L_0 gemessen. Die Differenz zwischen L_2 und L_1 wurde durch Subtraktion ermittelt. Öfters vorgenommene direkte Messungen der Spannungsdifferenz zwischen L_2 und L_1 ergaben aber ziemliche Übereinstimmung mit den durch Subtraktion gefundenen Werten, so daß also beide Kollektoren das Feld merklich in gleicher Weise deformierten und bei der Differenzbildung gegen den Boden der Einfluß dieser Deformation herausfiel.

Unmittelbar nach jeder Ablesung von V_1 wurde eine solche für V_2 am anderen Elektroskope gemacht und erst dann die beiden Werte zu Papier gebracht. Die beiden Ablesungen hintereinander am selben Elektroskop zu machen, ist untunlich, da immerhin einige Zeit bis zur sicheren Einstellung vergeht, während welcher Zwischenzeit das elektrische Feld Schwankungen erleiden kann. Je zehn solcher Doppelablesungen wurden zu Mitteln vereinigt und nur diese Dekadenmittel selbst im weiteren verwendet. Das Vorzeichen der beobachteten Potentialdifferenzen wurde mit Hilfe einer geriebenen Siegellackstange kontrolliert.

1) H. Benndorf, Sitz.-Ber. Wiener Akad. **115**, IIa 29, 1906.

Schon die ersten derartig kombinierten Messungen zeigten, daß die durch die Gleichungen (1) dargestellte Annahme des einfachen linearen Zusammenhanges zwischen V und h im allgemeinen niemals erfüllt ist, sondern daß stets das aus 2 m Erhebung abgeleitete Gefälle, in Volt pro 1 m umgerechnet, von dem gleichzeitig in 1 m direkt gemessenen in dem einen oder anderen Sinne mehr oder weniger stark abweicht.

Ohne über die Art des in Rede stehenden funktionellen Zusammenhangs irgendeine bestimmte Annahme zu machen, wird man naturgemäß geneigt sein, zunächst die durch (1) dargestellte, aber unzureichende Beziehung durch Hinzunahme eines quadratischen Gliedes zu erweitern und zu untersuchen, inwieweit eine Abhängigkeit von der Gestalt

$$V = ah - bh^2 \tag{2}$$

den Beobachtungen Rechnung zu tragen vermag.

Aus (2) folgt

$$\left.\begin{aligned} \frac{dV}{dh} &= a - 2bh \\ \frac{d^2V}{dh^2} &= -2b \\ \varrho &= -\frac{1}{4\pi}\frac{d^2V}{dh^2} = \frac{1}{2\pi}b. \end{aligned}\right\} \tag{2a}$$

Zur Bestimmung der Konstanten a und b liefern die beiden gleichzeitig gemessenen Potentialwerte

V_1 für $h = 1$ m
V_2 „ $h = 2$ m:

$$\begin{aligned} V_1 &= a \cdot 1 - b \cdot 1^2 \\ V_2 &= a \cdot 2 - b \cdot 2^2 \end{aligned} \qquad \Bigg| \qquad V_1 - \frac{1}{2}V_2 = b$$

und, was hauptsächlich interessiert,

$$\varrho = \frac{1}{2\pi}\left(V_1 - \frac{1}{2}V\right). \tag{2b}$$

Da man die Höhen in Metern, die Spannungen in Volt mißt, muß man den Ausdruck rechts in Formel (2b) noch dritteln, um ϱ in elektrostatischen Mengeneinheiten pro cbm zu erhalten. Es ist demnach:

$$\varrho = \frac{1}{6\pi}\left(V_1 - \frac{1}{2}V_2\right)$$

elektrostatische Einheiten pro cbm.

Man sieht also, daß, falls $\frac{1}{2}V_2$ kleiner gefunden wird als V_1, freie positive Raumladung in der Luft angezeigt ist. Wir wollen diesen Fall den normalen nennen.

Bei $\frac{1}{2}V_2 > V_1$ muß die Gesamtladung ne-

Tabelle I.

	V_2		V_1		$\varrho-$		$\varrho+$		ϱ		T	F Proz.
Januar 1906	375	175	174	169	1,026	128	0,486	39	−0,675	167	+ 5,2°	61
Februar	468	249	225	245	0,945	335	0,702	124	−0,486	459	2,8	67
März	328	147	160	146	0,864	143	0,486	130	−0,216	273	11,5	41
April	231	61	121	60	0,486	29	0,513	84	+0,216	113	16,1	23
Mai	248	167	139	166	0,189	28	0,864	201	+0,729	229	18,2	61
Juni	249	43	140	43	0,189	1	0,859	42	+0,856	43	23,3	64
Juli	192	266	107	266	0,157	13	0,683	253	+0,643	266	18,9	61
Oktober	249	67	138	70	0,262	6	0,832	59	+0,729	65	12,5	72
November	315	201	169	201	0,440	7	0,656	194	+0,618	201	8,1	77

gativer Bestandteile überwiegen; der Fall $V_1 = \frac{1}{2} V_2$ führt auf die Annahme (1) zurück.

Das Potentialgefälle ist auch bei ganz heterem Wetter niemals längere Zeit konstant, sondern zeigt unausgesetzt kleinere oder größere Schwankungen. Man kann die hierdurch bedingten Abweichungen vom Mittel bei kurzer Beobachtungsdauer als zufällige betrachten und daher nach den wahrscheinlichsten Werten der Konstanten a und b fragen, die dem betreffenden Beobachtungssatze entsprechen. Diese werden bekanntlich nach der Methode der kleinsten Quadrate durch die Bedingungen erhalten, daß

$$\sum_i (V_i - ah_i + bh_i^2)^2 \qquad (3)$$

ein Minimum ist, d. h.

$$\left.\begin{aligned} &\sum (V_i - ah_i + bh_i^2)\, h_i = 0 \\ \text{und} \quad &\\ &\sum_i (V_i - ah_i + bh_i^2) h_i^2 = 0 \end{aligned}\right| \qquad (3\text{a})$$

werde.

Da hier aber nur für die beiden Höhen

$$h_1 = 1 \text{ m}, \quad h_2 = 2 \text{ m}$$

beobachtet wurde, reduzieren sich die Gleichungen (3a) auf folgende, wo n die Zahl der zusammengefaßten Beobachtungen ist:

$$\sum V_1 + 2\sum V_2 - 5na + 9nb = 0$$

$$\sum V_1 + 4\sum V_2 - 9na + 17nb = 0,$$

woraus durch Elimination von a sich ergibt:

$$4\sum V_1 - 2\sum V_2 - 4nb = 0$$

und für $n = 10$

$$b = \frac{1}{10}\left(\sum V_1 - \frac{1}{2}\sum V_2\right)$$

und

$$\varrho = \frac{1}{6\pi} b = \frac{1}{60\pi}\left(\sum V_1 - \frac{1}{2}\sum V_2\right)$$

elektrostatische Einheiten pro m^3.

Die Potentialmessungen ergaben fast stets auffallend große Werte für ϱ.

So ergab sich für die Zeit vom 1. Juli 1906 bis November, also für Sommer und Herbst, der Mittelwert $\varrho = 0{,}630$ aus 56 Dekaden.

Für die Zeit vom 18. März 1906 bis 30. Juni 1906 ergab sich aus 486 Messungssätzen (nicht Dekaden):

$$\varrho = 0{,}616.$$

Bemerkenswert ist nun aber, daß sich für die Wintermonate im Mittel ein negativer Wert für ϱ ergibt; für die Zeit vom 6. Januar 1906 bis 18. März 1906 wurde aus 768 Einzelsätzen der Wert $\varrho = -0{,}577$ erhalten. Unter diesen sind nämlich 651 Messungen mit negativem ϱ, während bei den Messungen in späterer Jahreszeit negative ϱ fast gar nicht vorkommen, obwohl die Meßmethode gar nicht geändert wurde.

Weitere Untersuchungen werden näher aufzuklären haben, wie diese Werte, welche offenbar eine Abweichung von dem normalen Verhalten darstellen, zu erklären sind; jedenfalls wurden sie zu Zeiten erhalten, in denen der Boden fest gefroren war. Inwieweit etwa die Wirkung der Schnee- und Eisbedeckung selbst hierbei in Frage kam, soll noch näher geprüft werden. Eines aber möge schon jetzt hervorgehoben werden, nämlich, daß abnorm hohe negative ϱ-Werte häufig mit Winden, die vom Gebirge her kamen, verbunden waren. Solche Winde bringen immer größere Staubmassen mit herab. Nachgewiesenermaßen elektrisiert sich aber Staub beim Reiben am Boden relativ stark — elektrisch.[1])

Bildet man das Gesamtmittel aus den 1814 definitiven Messungen, so kommt trotz dieser Störungen ein positiver Wert:

$$\varrho = +0{,}115$$

zum Vorschein: Es überwiegen also im ganzen die freien positiven Ladungen in den untersten Schichten der Atmosphäre.

Es möge darauf hingewiesen werden, daß auch die zahlreichen, an den verschiedensten Erdorten angestellten Ionenzählungen mit dem Ebertschen Aspirationsapparate ein Überwiegen der positiven Ionen und zwar einer

1) Vergl. z. B. Y. Homma, Journ. Coll. of science, Imp. Univ. Tokyo **16**, Art. 7, 1902; Beibl. **28**, 216, 1904; auch in München angestellte eingehende Versuche haben gezeigt, daß sich trockener Staub bei der Reibung mit den Gegenständen der Erdoberfläche lädt und eine erhebliche negative Elektrisierung in die Atmosphäre mitnimmt.

Raumladung von $\varrho = +0{,}09$ entsprechend ergeben haben.[1]) Daß dieser Wert kleiner als der aus den Potentialmessungen erhaltene ist, kann nicht verwundern, denn die Aspirationsapparate zählen nur die an die Ionen von normaler Wanderungsgeschwindigkeit geketteten Ladungen; haben sich solche Ionen mit Staubteilchen u. dergl. vereinigt, so können sie zum Teil die genannten Apparate durchfliegen, ohne zur Abgabe ihrer Ladungen gezwungen worden zu sein.

Gleichzeitig mit den Potentialmessungen wurden mit zwei Ebertschen Ionenaspiratoren Ionenzählungen vorgenommen; die dabei erhaltenen Werte für den Ionenüberschuß zeigten sich in der Tat kleiner als die gleichzeitig aus den Potentialmessungen gewonnenen Werte, stimmen aber qualitativ, besonders im Vorzeichen gut mit diesen zusammen[2]); Ausnahme machen einzig die bei Südwind (Bergwind) vorgenommenen Messungen, die offenbar durch die schon erwähnte Störung beeinträchtigt wurden.

Das Beobachtungsmaterial gestattet die Beziehungen des Gefälles und der Dichtewerte ϱ zu den verschiedensten meteorologischen Elementen, die gleichzeitig mit registriert bzw. beobachtet wurden, zu studieren; dies soll in umfangreicher Weise an anderer Stelle geschehen; hier soll nur auf wenige derartige Beziehungen noch kurz hingewiesen werden. In Tabelle 1 sind die Werte V_1 und V_2 in Volt, sowie die Dichten ϱ nach den Monatsmitteln zusammengestellt nebst der Angabe von Temperatur- (trockenes, beschattetes Thermometer) und Feuchtigkeitsmitteln für die Beobachtungszeiten. Dabei ist erst aus den negativen und den positiven Werten für ϱ je für sich das Mittel gebildet (ϱ_- und ϱ_+) und dann erst das Mittel ϱ aller Werte (dahinter steht die Zahl der jeweils zum Mittel verwendeten Einzelmessungen).

Die V_1 und V_2 zeigen im kalten Februar Maximalwerte. Die ϱ sind in den warmen Monaten fast stets positiv, in den kalten überwiegend negativ. Die Gesamtmittelwerte für ϱ folgen sehr gut dem Gange des trockenen, beschatteten Thermometers (nicht aber der Feuchtigkeit). Daß der Januar hinter dem Februar zurücksteht, hängt wohl mit den häufigen Südwinden im Januar zusammen, die stets, auch wenn sie nicht Föhncharakter trugen, die oben erwähnten Ausnahmezustände mit sich brachten.

Bad Aibling, Januar 1907.

(Eingegangen 15. März 1907.)

1) H. Ebert, diese Zeitschr. **6**, 830, 1905.

2) Ich hebe dies besonders hervor, weil hier der Hauptpunkt der Kontroverse liegt, welche sich vor zwei Jahren zwischen H. Gerdien und H. Ebert erhoben hat. Ersterer war der Ansicht (diese Zeitschr. **6**, 648, 1905), daß dies Überwiegen der +-Ladungen in dem genannten Betrage von dem Aspirationsapparate nur vorgetäuscht würde; er empfahl (S. 649) „als allein zuverlässige Methode zur Messung der wirklichen räumlichen Ladungsdichte die Messung des vertikalen Gradienten des Potentialgefälles". Wie man sieht, entscheiden die von mir in dieser Richtung angestellten Messungen gegen Gerdien.

Die Ionisation der Atmosphäre über dem Ozean.

Von A. S. Eve.

Es ist von Wichtigkeit, festzustellen, ob die Ionisation der Atmosphäre über dem Ozean der Ionisation der Atmosphäre über dem Festlande gleich ist. Wenn die Radiumemanation in der Atmosphäre und die durchdringungskräftige Strahlung, welche von dem in der Erde lagernden Radium herrührt, zusammen die Hauptursachen für die Ionisation der Atmosphäre in der Nähe der Erdoberfläche darstellen, so dürften wir erwarten, daß die Ionisation über dem Festlande größer sein wird als die über dem Meere. Das gegenwärtig verfügbare experimentell gefundene Material deutet nämlich darauf hin, daß Radium im Meerwasser in bedeutend geringerer Menge vorhanden ist, als in den sedimentären Gesteinen auf dem Festlande. Und da nun die Radiumemanation in vier Tagen auf ihren Halbwert herabsinkt, so ist der Wind nicht imstande, die Emanation vom Festlande aus nach Orten inmitten des Ozeans zu überführen, ehe die Aktivität wesentlich abgenommen hat.

Leider sind über die Ionisation der Atmosphäre über dem freien Ozean nur wenige Beobachtungen gemacht worden. Indessen hat A. Boltzmann[1]) während einer Seereise von Dover nach New York, vom 21. bis 31. August 1904, tägliche Beobachtungen mit einem Ebertschen Apparate ausgeführt. Er hat für die in einem Kubikzentimeter vorhandenen Ionenzahlen die Werte: $n = 1150$, $n_- = 800$, Verhältnis 1,44 gefunden. Diese Werte unterscheiden sich nicht wesentlich von denen, die in Deutschland, Lappland[2]) oder Canada gefunden worden sind, und deuten darauf hin, daß die Ionisationen zur See und zu Lande annähernd von derselben Größe sind.

Die vorliegende Arbeit enthält einen Bericht über Beobachtungen, welche ich vom 21. bis zum 30. Juni 1906 an Bord des Dampfers „Athenia" von der Donaldson Line auf der Fahrt von Montreal nach Liverpool über die Ionisation der Atmosphäre angestellt habe.

1) Diese Zeitschrift **6**, 132, 1905.

2) G. C. Simpson fand 1903—1904 in Lappland als Durchschnittswerte: $n_+ = 1120$, $n_- = 972$, Verhältnis $= 1{,}2$.

Während dieser Fahrt war das Wetter hell und sehr klar, und wir hatten weder Nebel noch Regen. Der Barometerstand war ziemlich beständig, und antizyklonische Verhältnisse mit nördlichen Winden waren vorherrschend. Der Seegang war mäßig bis leicht, die Bewegung des Schiffes nicht groß, und wir hatten niemals viel Flugwasser auf Deck oder in der Luft. Es waren wenig Fahrgäste an Bord, und auf Deck war viel Platz. Der Kapitän und die Offiziere waren liebenswürdig und entgegenkommend. Man sieht, die ganzen Verhältnisse waren außergewöhnlich günstig. Ich war in der Lage, geeignete Plätze für die Beobachtungen auszuwählen, wo ich vor der Sonne geschützt war, und wo der Wind frisch von der See her wehte, unvermischt mit Luft aus den Ventilatoren des Dampfers.

Der benutzte Apparat war nach dem neuesten Modell von Ebert von Günther & Tegetmeyer in Braunschweig gebaut. Eine kleine durch Uhrwerk getriebene Turbine saugt Luft durch einen senkrechten Zylinder, in welchem sich ein mit einem Elektroskop verbundener geladener Stab befindet. Die in einem Kubikmeter Luft vorhandene Elektrizitätsmenge wird aus dem Potentialfall bestimmt, den das Elektroskop anzeigt. Nimmt man die Ladung eines Ions zu $3{,}4 \times 10^{-10}$ an, so kann man leicht die in einem Kubikzentimeter vorhandene Ionenzahl berechnen. Das Instrument arbeitete durchaus zufriedenstellend, und die Isolation bot keine Schwierigkeiten. Es mag erwähnt werden, daß sich der Schlüssel zum Aufziehen des Uhrwerks auf der Reise abnutzte, aber der Oberingenieur fand schnell einen Ersatz. Bei einiger Sorgfalt war es möglich, selbst bei mäßigem Seegang trotz der Bewegung des Schiffes genaue Ablesungen zu erhalten. Der natürliche Isolationsverlust des Elektroskops blieb durchgehends klein. Die einzige Schwierigkeit entsteht dadurch, daß die Aluminiumblättchen durch Konvektionsströme abgelenkt werden, wenn ein plötzlicher Temperaturwechsel eintritt. Beispielsweise gingen die Blättchen, wenn die Temperatur eines Zimmers in Montreal von 61^0 F auf 20^0 F geändert wurde, von 19,7 auf 25,8 Skalenteile auseinander, zeigten also eine scheinbare Spannungsänderung von 157 V auf 178 V an. Nach wenigen Minuten kehrten die Blättchen in ihre ursprüngliche Lage zurück, ein Zeichen dafür, daß die Bewegung auf Konvektionsströme zurückzuführen war. Es ist deshalb wünschenswert, das Instrument etwa eine halbe Stunde zuvor an den Beobachtungsplatz zu bringen, ehe man mit den Ablesungen beginnt.

Ehe ich die Fahrt mit der „Athenia" antrat, machte ich drei Tage nacheinander Ablesungen in Montreal, und zwar auf dem Dache meines Hauses, auf dem College Campus und auf dem Gipfel des Mount Royal. Die erhaltenen Werte gaben im Durchschnitt: $n_+ = 370$, $n_- = 367$. Die erhaltenen Werte sind außerordentlich klein, denn sie betragen nur ein Drittel bis ein Viertel der gewöhnlich in Montreal gefundenen. Die Temperatur betrug etwa 70^0 F, und es lag ein sichtlicher Glutnebel über der Gegend, so daß die niedrigen Werte vermutlich diesem Nebel zuzuschreiben sind. Am ersten Reisetage fand ich ähnlich niedrige Werte auf dem St. Lawrence-Fluß, 25 Meilen oberhalb Quebec und etwa 100 Meilen von Montreal entfernt. Es möge festgestellt werden, daß das Mittel aus mehreren Ablesungen, die ich in Montreal im Winter und Frühling 1905 bis 1906 gemacht habe, $n_+ = 1400$, $n_- = 1234$ betrug. Am 15. September 1906 aber, als alle Witterungsverhältnisse den während der Seefahrt herrschenden gleich zu sein schienen, fand ich zu Outremont Golf Links, fern von dem Rauch von Montreal, $n_+ = 768$, $n_- = 717$.

Während der Fahrt im Golf von St. Lawrence waren die gefundenen Mittelwerte: $n_+ = 761$, $n_- = 743$. Auf offenem Meere aber waren die Mittelwerte $n_+ = 975$, $n_- = 783$, Verhältnis 1,24. Diese Zahlen stimmen recht gut überein mit denen, die A. Boltzmann gefunden hat, nämlich $n_+ = 1150$, $n_- = 800$, Verhältnis 1,44. Als sich das Schiff den Britischen Inseln näherte, erhielt ich größere Werte: $n_+ = 1273$, $n_- = 872$. Hier war die Atmosphäre außerordentlich klar, so daß die Toppen der Masten ferner Schiffe sichtbar waren, während der Rumpf und die unteren Mastteile durch die Erdkrümmung verdeckt waren. Derartig klares Wetter pflegt von hochgradiger Ionisation begleitet zu sein, gerade wie der Nebel in Montreal vermutlich die ungewöhnlich niedrigen Ablesungen bewirkt hat. Infolge dieser meteorologischen Verhältnisse war die Ionenzahl im Kubikzentimeter in der Nähe der Britischen Inseln nahezu dreimal so groß wie in der Bucht des St. Lawrence-Flusses.

Ich habe die ganze Beobachtungsreihe in tabellarischer Form zusammengestellt und sie auch in eine Karte eingetragen. Jede Beobachtung bestand aus zwei positiven und zwei negativen Ablesungen, von denen ich aber nur die Mittelwerte verzeichnet habe. Einer einzelnen Ablesung darf kein zu großes Gewicht beigelegt werden, weil alle Beobachter finden, daß die Zahl der im Kubikzentimeter vorhandenen Ionen oftmals plötzlichen und anscheinend willkürlichen Schwankungen unterliegt.

Die Ergebnisse sind in Ionen per Kubikzentimeter angegeben, lassen sich aber leicht auf elektrostatische Einheiten per Kubikmeter umrechnen, wenn man die Werte mit $3{,}4 \times 10^{-4}$ multipliziert.

Juni 1906. Dampfer „Athenia" von Montreal nach Liverpool.

Datum	$n+$	$n-$	Tageszeit	Örtlichkeit	Barometer	Thermometer F	Windrichtung	Windgeschwindigk.	Wetter	Sonne	See	Bemerkungen
18.	360	271	6 p. m.	Montreal	—	70°	SO.	8	dunstig	hell	—	Dach des Hauses.
19.	410	533	11 a. m.	Montreal	30"	70°	SO.	4	dunstig	hell	—	Im Schatten eines Baumes, College Campus.
20.	336	296	5 p. m.	Montreal	—	71°	SO.	10	dunstig	hell	—	Im Schatten eines Baumes, auf dem Gipfel von Mount Royal 800 Fuß hoch.
21.	188	388	2 p. m.	St. Lawrence-Fluß	30,1"	68°	S.	10	dunstig	hell	—	25 Meilen stromauf von Quebec.
22.	721	673	8 a. m.	Golf v. St. Lawrence	30,1"	58°	NO.	15	klar	hell	—	Von Metise weg.
22.	325	926	3,30 p. m.	Golf v. St. Lawrence	30,2"	50°	NO.	10	klar	hell	—	Etwas Flugwasser in der Luft.
23.	598	524	8 a. m.	Golf v. St. Lawrence	30,4"	50°	—	0	klar	hell	ruhig	Von Anticosti weg.
23.	1401	849	3 p. m.	Golf v. St. Lawrence	30,4"	50°	—	0	sehr klar	hell	ruhig	Zwei bis drei Eisberge gesichtet.
24.	960	525	2,30 p. m.	Enge von Belle Isle	30,4"	50°	—	0	sehr klar	hell	anschwell.	Wasser kalt, Eisberge.
25.	1060	820	4 p. m.	52° n. Br. 52° w. L.	30,2"	50°	N.	15	sehr klar	hell	mäßig	Wasserwärme 46°; etwas Flugwasser.
26.	686	647	2,30 p. m.	55° n. Br. 36° w. L.	30,2"	50°	NNW.	25	klar	bewölkt	rauh	„Weiße Rosse", Flugwasser in der Luft.
27.	1050	1010	11 a. m.	56° n. Br. 30° w. L.	30,3"	50°	NO.	20	klar	bewölkt	mäßig	Wenig Flugwasser.
28.	913	650	11 a. m.	56° n. Br. 21° w. L.	30,4"	50°	N.	10	klar	bewölkt	still	
29.	1210	1045	11 a. m.	56° n. Br. 12° w. L.	—	50°	NNO.	20	sehr klar	bewölkt	leicht bewegt	
30.	1273	872	10 a. m.	54° n. Br. 5° w. L.	—	54°	NW.	15	sehr klar	hell	still	Nahe Isle of Man.

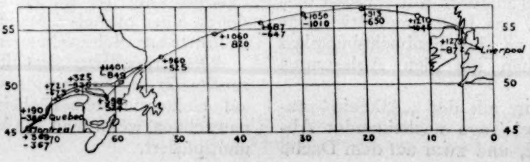
	$n+$	$n-$	Verhältnis
Durchschnitt in Montreal u. Quebec	323	372	0,87
„ im Golf	761	743	1,02
„ auf See	975	783	1,24
A. Boltzmann auf der Fahrt von Dover nach New York, 21.—31. August 1904	1150	800	1,44

Diese Versuche, sowie die von A. Boltzmann, deuten darauf, daß die Ionisation über dem Ozean ungefähr dieselbe ist, wie die über dem Festlande.

Die Ionisation in der Luft über dem Festlande führt man allgemein auf die Radiumemanation und ihre weiteren Produkte in der Atmosphäre zurück, sowie auf die durchdringungsfähigen Strahlen der aktiven Materie im Erdinnern. Meines Wissens ist keine andere passende Ursache angegeben worden, durch welche sich die Erzeugung positiver und negativer Ionen nahe der Erdoberfläche erklären ließe, aber es mögen Ursachen vorliegen, welche wir zurzeit noch nicht kennen.

Verschiedene Forscher haben gefunden, daß die Beziehung $q = \alpha n^2$ nicht gilt, wahrscheinlich infolge des Vorkommens von Staub und Verunreinigungen in der Luft. Beispielsweise finden Mache und Rimmer[1]) für Kellerluft $\alpha = 4,6 \times 10^{-6}$ und für Luft an der Erdoberfläche $\alpha = 2,1 \times 10^{-6}$. Dagegen finden Townsend, Mc Clung und Langevin für staubfreie Luft $\alpha = 1,1 \times 10^{-6}$. Aber angenommen, wir legen irgendeinen dieser Werte als angenähert richtig für die unteren Schichten der Atmosphäre zugrunde, so erhalten wir, da n ungefähr 1000 ist, $q = 1,1$ bis $4,6$. Wenn daher einige Ionen per Kubikzentimeter in der Sekunde durch die aktive Materie in der Erde oder in der Luft erzeugt werden, so läßt sich die Ionisation der Atmosphäre über der Oberfläche des Festlandes befriedigend erklären. Cooke hat nun aber nachgewiesen, daß die durchdringungsfähige Strahlung in Montreal ungefähr 4 Ionen per Kubikzentimeter in der Sekunde in einem Messinggefäß hervorbrachte, und ich habe auf Grund dieses Wertes schätzungsweise die Radiummenge nahe der Erdoberfläche be-

1) Diese Zeitschrift 7, 617, 1906.



rechnet[1]), und meine Berechnung stimmt recht gut mit dem von Strutt nach direkteren Methoden bestimmten Werte. Andererseits führt ein Versuch, die Ionisation durch die α-Strahlung der aktiven Materie in der Luft zu messen, zu einem schätzungsweisen Werte von einigen wenigen Ionen per Kubikzentimeter und Sekunde.[2]) Demnach läßt sich die Ionisation der Luft über dem Festlande befriedigend aus der aktiven Materie in der Erde und der Atmosphäre erklären.

Eine Betrachtung der Ionenbildung in der Luft über dem Ozean enthält mehrere Schwierigkeiten. Ich gebe im folgenden eine Liste möglicher bekannter Ursachen, doch mag es noch andere geben, die wir einstweilen noch nicht kennen:

1. Emanation und ihre weiteren Produkte, die aus Radium entspringen, das im Meerwasser enthalten ist.
2. Durchdringende Strahlung von der aktiven Materie im Meerwasser aus.
3. Emanation und ihre weiteren Produkte, die aus dem Radium im Festlande entspringen und durch den Wind auf den freien Ozean hinausgetragen werden.
4. Geladene Teilchen, die von der Wirkung des Windes auf die Wellen herrühren.
5. Geladene Teilchen, die von einer durch Wellen oder Kräuselungen verursachten Veränderung der Fläche herrühren.

Bevor wir diese Möglichkeiten erörtern, ist eine schätzungsweise Bestimmung des Radiumgehaltes im Meerwasser wünschenswert. Nun hat Strutt gefunden, daß Seesalz angenähert $0{,}15 \times 10^{-12}$ Gramm Radium auf ein Gramm Seesalz enthält, während er als Durchschnittswert für 17 Proben von Sedimentärgesteinen $2{,}2 \times 10^{-12}$ Gramm Radium auf ein Gramm Gestein gefunden hat. Demnach sind solche Gesteine 15 mal so aktiv wie Seesalz. Nun bildet aber Seesalz etwa den dreißigsten Teil aller Bestandteile des Meerwassers, und man kann daher schließen, daß durchschnittlich ein Gramm Gestein ungefähr 450 mal so viel Radium enthält, wie ein Gramm Meerwasser.

Ich habe gleichfalls den Radiumgehalt von Seesalz wie von Meerwasser gemessen. Die von mir benutzte Methode war der von Strutt beschriebenen ähnlich. Das von mir angewandte Vergleichspräparat war eine von Herrn Dr. Boltwood hergestellte Radiumbromidlösung von solcher Beschaffenheit, daß das Radiumbromid stündlich eine Wärmewirkung von 110 Grammkalorien per Gramm gab. Vierhundert Gramm Seesalz aus Omaha, deren Reinheit von den Lieferanten garantiert war, ergaben $2{,}04 \times 10^{-14}$ Gramm Radium. Dieser Wert ist ein Siebentel des von Strutt gefundenen. Danach würde anscheinend ein Gramm Meerwasser ungefähr 6×10^{-16} Gramm Radium enthalten. Ferner war Herr C. H. T. Newton von der Universität Edinburgh so freundlich, mitten aus dem Atlantischen Ozean zwischen Montreal und Glasgow etwas Meerwasser zu schöpfen und mir in reinen versiegelten Glasflaschen zu senden. Ich dampfte dieses Wasser ein und sammelte dann die Emanation von 2500 Kubikzentimetern Meerwasser, um sie in einem Elektroskop zu untersuchen. Der gemessene Betrag war sehr gering und entsprach etwa 3×10^{-16} Gramm Radium auf ein Gramm Meerwasser. Auf Grund dieser beiden Versuche erscheint der Schluß berechtigt, daß das Meerwasser nicht mehr als 6×10^{-16} Gramm Radium auf ein Gramm Wasser enthält, oder nur den dreitausendsten Teil des von Strutt für verschiedene Sedimentärgesteine gefundenen Durchschnittswertes. Es scheint klar, daß das durch die Flüsse vom Lande abgespülte und dem Meere zugeführte Uranium auf den Grund des Ozeans sinkt und schließlich den in den Sedimentärgesteinen gefundenen Radiumvorrat liefert. Diese Auffassung wird auch durch die Ergebnisse gestützt, die Strutt an vulkanischen und sedimentären Gesteinen erhalten hat; der Durchschnittsbetrag des vorkommenden Radiums ist nämlich in beiden Fällen derselbe.

Wenn die im Meerwasser vorkommende Radiummenge so klein ist, so muß sicherlich die aus dem Ozean kommende Emanationsmenge viel geringer sein als die dem Festlande entströmende.

Zu ähnlichen Schlüssen können wir bezüglich der durchdringenden Strahlung aus der aktiven Materie im Ozean gelangen. Der Koeffizient der Absorption der γ-Strahlen durch Wasser[1]) ist 0,034. Da nun die Gesteine etwa 2,7 mal so schwer sind wie Wasser, so ist der Koeffizient der Absorption durch Gestein etwa 0,092. Mit anderen Worten: die γ-Strahlen werden beim Durchgang durch eine 7,5 cm dicke Erdschicht oder eine 20,4 cm dicke Wasserschicht auf ihren Halbwert geschwächt. Wenn nun aber im Durchschnitt 500 mal soviel Radium im Gestein ist wie im Meerwasser, so werden wir die durchdringungskräftige Strahlung über dem Ozean $\frac{2{,}7}{500}$ mal so groß finden wie die über dem Festlande. Nun hat aber Miß Cooke gezeigt, daß die durchdringenden Strahlen in Montreal sekundlich 4 oder 5 Ionen im Kubikzentimeter erzeugen. Auf dem Meere würde also die Strahlung 135 mal so gering sein und in der Sekunde nur 0,03 Ionen im

1) Phil. Mag., September 1906.
2) Phil. Mag., Juli 1905.

1) Mc. Clelland, Phil. Mag., Juli 1904.

Kubikzentimeter erzeugen. Es sei bemerkt, daß ein experimentum crucis für den Charakter der durchdringenden Strahlung angestellt werden könnte, wenn man den Nachweis führte, daß diese Strahlung über der Oberfläche des Meeres oder eines großen Binnensees von einigen Metern Tiefe, in einer Entfernung von 1 bis 2 Kilometern vom Lande, entweder vollkommen fehlte, oder nur überaus gering wäre.

Nun muß die aus dem im Festland vorkommenden Radium entstehende Emanation durch den Wind über den Ozean getragen werden. Bekanntlich kreuzen nun Zyklone den Atlantischen Ozean in vier bis fünf Tagen, bei beständigem Wetter, wenn antizyklonische Verhältnisse auftreten, muß der Transport der Emanation langsamer erfolgen; die Radiumemanation fällt in vier Tagen auf ihren Halbwert ab. Demnach wäre zu erwarten, daß die Ionisation über dem Ozean viel geringer wäre als auf dem Festlande. Allerdings liegt Grönland nur 300 Meilen nördlich vom Kurs der „Athenia", aber Boltzmann erhielt seine Werte in einer Entfernung von mehr als 1000 Meilen von jeglicher größeren Landfläche.

Mache und Rimmer[1]) fanden für Kellerluft in Wien $q = 120$; in freier Luft wurde q zwischen 9 und 38 schwankend gefunden.[2]) Wenn aber $\alpha = 1{,}1 \times 10^{-6}$ und $n = 1000$ ist, so reicht, wie wir gesehen haben, ein Wert von $q = 1$ hin, um die über dem Meere beobachtete Ionisation zu erklären. Man darf auch nicht vergessen, daß die Luft über dem Meere frei von Staub ist, und daß daher die Wiedervereinigung der Ionen langsamer erfolgen mag als an der Küste. Die geringere Aktivität der Emanation kann durch die langsamere Wiedervereinigung der Ionen mehr als aufgewogen werden.

Die durch den Wind zugeführte, vom Lande stammende Emanation mag daher genügen, die über dem Ozean beobachtete Ionisation zu erklären.

Es sind noch weitere mögliche Ursachen der Elektrisierung zu betrachten. Beispielsweise hat Lenard gezeigt, daß Wassertropfen beim Schütteln gegen Metall eine positive Ladung annehmen und die Luft in der Umgebung eine negative Ladung erhält. Die Elektrisierung der Atmosphäre in der Nähe von Wasserfällen ist bekannt. Wahrscheinlich bringt der Wind, wenn er die Wellenkämme bricht, ähnliche Wirkungen hervor. Am Schlusse dieser Arbeit (Anhang III) werde ich über einige Wirkungen feinen Sprühwassers in der Nähe eines Ebertschen Apparates berichten, die sich in einer schnellen Entladung des Elektroskops äußern, gleichviel, ob dieses positiv oder negativ geladen ist. Diese Wirkung beruhte sicherlich nicht auf mangelhafter Isolation. Holmgren hat gleichfalls bewiesen, daß die Luft eine negative Ladung erhält, wenn die Wasseroberfläche sich durch Kräuselungen schnell verändert. Bei dem derzeitigen Stande ist es nicht möglich, diese Ursachen genau zu bewerten. Aber während der Fahrt der „Athenia" in ruhigem Wasser, wenn kein Flugwasser vorhanden war, war die Anzahl der Ionen angenähert 1000 im Kubikzentimeter, und sonach scheint es wahrscheinlich, daß radioaktive Materie die Hauptursache der Ionisation ist, und daß die Ionen sich langsam wiedervereinigen. Des weiteren wird wahrscheinlich der Hauptteil der Emanation auf dem Meere durch den Wind vom Lande her zugeführt werden und nur ein sehr kleiner Bruchteil aus dem Meere selbst entstehen. Nichtsdestoweniger ist zuzugeben, daß die inmitten des Ozeans beobachtete Ionisation den auf Grund theoretischer Betrachtungen zu erwartenden Wert überschreitet. Weitere experimentelle Prüfung der Frage bei jeder sich bietenden Gelegenheit wäre daher dringend zu wünschen. Man müßte auf freiem Ozean die Menge des aktiven Niederschlages auf einem negativ geladenen Drahte messen. Elster und Geitel fanden auf der Nordseeinsel Juist niedrige Werte für den aktiven Niederschlag. Simpson erhielt ähnliche Resultate in Norwegen, wenn der Wind vom Lande her gegen Hammerfest wehte. Diese Ergebnisse stützen die Ansicht, daß Emanation nicht frei aus dem Meerwasser entsteht. Man darf auch nicht vergessen, daß der Ebertsche Apparat seine Grenzen hat; hat doch Langevin nachgewiesen, daß eine große Anzahl Ionen in der Atmosphäre sich in einem elektrischen Felde so langsam bewegen, daß sie durch dieses Hilfsmittel nicht nachweisbar sind.

Ich füge noch ein paar Bemerkungen über einige mit dem Ebertschen Instrument gewonnene Ergebnisse hinzu.

Anhang I.

Die Ionisation der Luft im Physikalischen Institut der Mc Gill-Universität.

Es dürfte von Interesse sein, den Einfluß der Anwesenheit von radioaktiver Materie und Emanation auf einen Ebertschen Apparat zu verzeichnen. Ich habe in verschiedenen Räumen des Physikalischen Instituts Beobachtungen angestellt. Der Radiumvorrat wird vorzugsweise im Kellergeschoß aufbewahrt. Zum Vergleich habe ich auch außerhalb des Hauses Ablesungen gemacht, sowie im Chemischen Institut, in welches kein Radium eingeführt worden ist.

1) Diese Zeitschrift 7, 617, 1906.

2) Schuster, Proc. Manchester Phil. Soc., 12. November 1904.

Der Einfluß der direkten Strahlen sowie der Emanation des Radiums im Physikalischen Institut ist deutlich ausgeprägt.

17. März 1906.

Ort	Zeit	$n+$	$n-$
Chemisches Institut	9,30 a. m.	1760	1550
Physikal. Institut, Kellergeschoß	11,00 a. m.	6660	6300
„ Dachgeschoß	11,20 a. m.	3660	2740
„ Zimmer i. Dachgeschoß	11,40 a. m.	—	2680
Physikal. Institut, Vorlesungssaal im zweiten Stockwerk	12,15 p. m.	—	3640
Außerhalb des Gebäudes, auf dem College Campus	2,30 p. m.	1690	1642
Physikalisches Institut, Werkstatt im Erdgeschoß	3,00 p. m.	7160	4900

Anhang II.

Die Wirkung von Rauch.

Bei anderer Gelegenheit benutzte ich einen Räucherapparat, wie ihn die Bienenzüchter verwenden, bestehend aus einem Blasebalg und einer Verbrennungskammer für Tabak, Lumpen oder Papier, und blies damit dichte Rauchwolken um den Ebertschen Apparat.

	$n+$	$n-$
Ohne Rauch	1778	1590
Mit Rauch	1270	1000
Ohne Rauch	2060	—

Bei diesem Versuche sowie bei anderen zeigte sich deutlich, daß durch die Gegenwart von Rauch die Ionenzahl, welche der Apparat angibt, herabgesetzt wird. Ein wenig Tabakrauch in ein Elektroskop geblasen, setzt den natürlichen Abfall um 35 v. H. herab. Der von 0,3 mg Radiumbromid in der Nähe eines Elektroskops erzeugte Ionisationsstrom wurde durch die Einführung einer geringen Menge Tabakrauch von 4,2 auf 0,7 Skalenteile in der Minute herabgesetzt. Diese Wirkungen ähneln den erstmalig von Owens an einem Elektrometer beobachteten. Es ist klar, daß die Anwesenheit von Rauch, Dunst oder Nebel eine Verringerung der mit einem Ebertschen Apparat zu beobachtenden Ionenzahl verursachen kann.

Anhang III.

Über den Einfluß von Sprühwasser.

Man sollte natürlich erwarten, daß ein künstlich erzeugter Nebel gleichfalls die von dem Instrument angezeigte Ionenzahl erniedrigen würde. Unter den folgenden Versuchsbedingungen war das Gegenteil der Fall. Ich benutzte einen Handzerstäuber, wie man ihn verwendet, um Rosen mit Flüssigkeiten zur Vernichtung der Blattläuse zu besprengen. Ein horizontaler Luftstrom wird durch eine Druckpumpe gegen die Mündung eines engen Rohres getrieben, das in die benutzte Flüssigkeit hinabreicht. Bei dem vorliegenden Versuch verwandte ich Wasser und verspritzte es als äußerst feinen Nebel nach allen Richtungen rings um den Ebertschen Apparat herum, nur nicht gegen diesen. Die Elektrisierung der Luft, und zwar sowohl die positive als auch die negative, wurde durch das Sprühwasser bedeutend erhöht.

	$n+$	$n-$
18. März 1906, ohne Sprühwasser	1640	1770
„ „ „ , mit Sprühwasser	7070	9300
20. „ „ , ohne Sprühwasser	1390	
„ „ „ , mit Sprühwasser	5350	

Bei Benutzung des Handzerstäubers ohne Wasser trat keine Erhöhung der Elektrisierung ein. Die Erhöhung bei Anwendung von Wasser beruhte wahrscheinlich auf der Reibung zwischen Luft und Wasser. Mc Lennan beobachtete das hohe negative Potential des Sprühregens vom Niagarafall und fand es hinreichend, um einen isolierten Draht auf 7000 Volt zu erhalten. Wenn der Wind die Kämme der Wellen auf See bricht und die sogenannten „weißen Rosse" bildet, so kann eine Elektrisierung auftreten, welche die auf See beobachtete scheinbare Ionenzahl erhöht.

Zusammenfassung.

1. Die Ionisation der Atmosphäre scheint über dem nordatlantischen Ozean angenähert von derselben Größenordnung zu sein wie in Europa oder in Nordamerika.

2. Die im Meerwasser enthaltene Radiummenge ist sehr gering und beträgt $\frac{1}{500}$ bis $\frac{1}{2000}$ des Wertes, den Strutt im Durchschnitt in verschiedenen sedimentären und vulkanischen Gesteinen gefunden hat.

3. Proben von Meerwasser aus der Mitte des Atlantischen Ozeans und eine Probe Seesalz ergaben, daß ein Gramm Meerwasser etwa 5×10^{-16} Gramm Radium enthält.

4. Die Emanation des Radiums im Meerwasser und die durchdringende Strahlung der aktiven Materie, die im Meerwasser enthalten ist, genügen nicht, um die über dem Ozean beobachtete Ionisation zu erklären.

5. Emanation, die aus Radium auf dem Festlande hervorgeht und vom Winde seewärts getragen wird, ist die einzige bekannte Ursache, durch die sich die über dem Ozean beobachteten Ionisationswirkungen erklären lassen. Die beobachtete Ionisation ist größer als man infolge einer derartigen Ursache erwarten sollte, indessen ist möglicherweise der Wiedervereinigungskoeffizient der Ionen über dem Meere kleiner als über dem Festlande.

Ich danke Herrn Professor Rutherford für seine fördernden Anregungen und Ratschläge. Ferner möchte ich Herrn C. H. T. Newton, sowie dem Kapitän und den Offizieren der Dampfer „Athenia" und „Hibernian" für ihren freundlichen Beistand danken.

Montreal, im Dezember 1906.

(Aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 13. März 1907.)

Über ein neues Experimentalproblem der Elektronentheorie.

Von G. A. Schott.

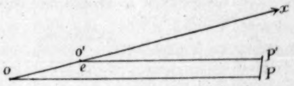
Die Entdeckung des Dopplereffekts an Kanalstrahlen hat uns ein Mittel an die Hand gegeben, welches zur Untersuchung einer Reihe neuer Probleme, betreffend den Einfluß der Bewegung auf den Bau leuchtender Körper, geeignet zu sein scheint; dabei kann der Dopplereffekt selbst zur Messung der Geschwindigkeit relativ zum Beobachter dienen. Bekanntlich betreffen die Untersuchungen von Michelson und andern bisher nur solche Probleme, bei denen sich der ganze optische Apparat zusammen mit dem Beobachter bewegt. Ich will hier nur folgendes Problem erstgenannter Art betrachten: Ein leuchtender „Punkt" bewege sich relativ zum Beobachter; derselbe vergleiche die Wellenlängen einer bestimmten Linie des bewegten, und derselben Linie des ruhenden „Punktes" (man denke z. B. an die rote Kaliumlinie einer Kanalstrahlenröhre und einer Flamme). Rührt der gemessene Wellenlängenunterschied allein vom Dopplereffekt, oder noch von andern Ursachen her, z. B. einer Strukturänderung des „Punktes"?

Daß man die Möglichkeit einer solchen weiteren Ursache nicht von vornherein abweisen kann, ist schon von Bucherer[1]), in seiner Diskussion der Nordmayerschen Versuche, hervorgehoben worden. Sollte eine solche wirklich existieren, so ist ihr Einfluß höchstwahrscheinlich von zweiter Ordnung in β, der Geschwindigkeit des leuchtenden Punktes dividiert durch die Lichtgeschwindigkeit; auch ist er wohl verschieden je nach den verschiedenen elektromagnetischen Theorien bewegter Körper und kann somit zur Entscheidung zwischen ihnen beitragen.

Es sei T_0 die Periode, $\lambda_0 = c\,T_0$ die Wellenlänge, der betrachteten Linie des ruhenden leuchtenden „Punktes".

Der bewegte leuchtende „Punkt" befinde sich zur Zeit t in O und emittiere da einen Wellenberg. Zur Zeit $t + T$ befinde er sich in O' und emittiere da den nächstfolgenden Wellenberg; und zur selben Zeit sei der erste Wellenberg in der Richtung des Beobachters bis zur Stelle PP' vorgedrungen. Es sei $\lambda = c\,T$.

Wir nennen T die Periode, λ die Wellenlänge der betrachteten Linie des bewegten leuchtenden „Punktes". Selbstverständlich werden beide im ruhenden System gemessen.



Der Winkel xOP sei gleich Θ; dann ist $OP = \lambda$. Die scheinbare, vom Beobachter gemessene Wellenlänge aber ist nicht OP, sondern $O'P' = \lambda'$; und man hat offenbar

$$\lambda' = \lambda(1 - \beta \cos \Theta).$$

Da der Faktor von λ dem Dopplereffekt entspricht, so kommt die oben aufgeworfene Frage daraus hinauf, ob $\lambda = \lambda_0$ oder nicht?

Je nach dem theoretischen Standpunkte bekommt man eine andere Antwort.

Vom Standpunkt einer Relativtheorie muß man annehmen die Periode des bewegten leuchtenden „Punktes", gemessen an einer mitbewegten Uhr, sei genau gleich T_0. Wir wollen diesen Spezialfall genauer betrachten.

1. Man kann erstens behaupten es gäbe überhaupt nur absolute Zeit, ganz unabhängig von der Bewegung des Systems; jede Uhr und jedes schwingende System sei durch seine Bewegung ganz unbeeinflußt. Also sei $T = T_0$, $\lambda = \lambda_0$.

Dies ist der Standpunkt der Relativtheorie von Bucherer.[1])

2. Man kann mit Einstein[2]) annehmen, Zeit- und Längenmaßstäbe seien beide durch die Bewegung verändert, in solcher Weise, daß von einem mitbewegten Beobachter gar keine Änderungen des Systems wahrgenommen werden könnten.

Die Geschwindigkeit des bewegten leuchtenden Punktes sei v, so daß $\beta = \frac{v}{c}$. Ferner nehme man den Anfangspunkt des mitbewegten Koordinatensystems der ξ, η, ζ, im leuchtenden Punkte selbst an, sodaß ξ konstant gleich Null ist, für O' sowohl als für O. Die Zeit, an einer mitbewegten Uhr gemessen, sei τ; dann wird der Wellenberg in O' um die Zeit $\tau = T_0$ später emittiert als der Wellenberg in O (Relativitätsprinzip).

Es ist nach Einsteins Transformationsfor-

1) A. H. Bucherer, Ann. d. Phys. 11, 273, 1903.

1) A. H. Bucherer, Phil. Mag. April, 1907.

2) A. Einstein, Ann. d. Phys. 17, 891, 1905.

meln, aber in unserer Bezeichnung, $\sqrt{1-\beta^2}\cdot t = \tau + \frac{v}{V^2}\xi$; also in unserem Falle, wo $t = T$, $\tau = T_0$, $\xi = O$, ist $T = \frac{T_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$, mithin auch $\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$.

3. Man kann auch den Standpunkt einer der Deformationstheorien von Lorentz[1]), oder von Bucherer[2]), einnehmen, nach denen das bewegte System dem ruhenden Beobachter in der Bewegungsrichtung im Vergleiche zur dazu senkrechten, im Verhältnisse $\sqrt{1-\beta^2}$ verkürzt erscheint. Die dadurch bedingte Gestaltsasymmetrie fordert nicht notwendig eine Asymmetrie der Periode; denn Lorentz hat bewiesen, daß das deformierte bewegte auf ein undeformiertes ruhendes System derselben Struktur bezogen werden kann, wenn im System keine Relativbewegungen stattfinden, oder doch nur kleine Schwingungen. Obgleich er diese Einschränkung ausdrücklich hervorhebt, wird sie beinahe immer bei der Anwendung auf den Michelsonschen und ähnliche Versuche übersehen. Es ist doch nicht ausgeschlossen, daß in einem materiellen System rasche zyklische Elektronenbewegungen stattfinden, also von einem Fehlen von Relativbewegungen nicht die Rede sein kann; man denke nur an die Erscheinungen der Radioaktivität, an das Atommodell von J. J. Thomson und ähnliches. Dann müssen wir annehmen, es könne die Periode des bewegten von der entsprechenden des ruhenden leuchtenden „Punktes" nicht nur verschieden sein, sondern sogar verschieden je nach der Schwingungsrichtung, sagen wir gleich T_1 für Schwingungen parallel, gleich T_2 für solche senkrecht zur Bewegungsrichtung, mit entsprechenden Wellenlängen λ_1, λ_2.

Zusammenfassend behaupten wir also folgendes erwarten zu können:

Bei Beobachtung genau transversal zur Bewegungsrichtung, wo der Dopplereffekt wegfällt:

1. Gar keine Verschiebung.
2. Eine Verschiebung nach rot gleich $\lambda - \lambda_0$, also gleich $\frac{1}{2}\beta^2\lambda_0$.
3. Eine Verschiebung nach rot zweiter Ordnung, gleich $\lambda_1 - \lambda_0$, oder $\lambda_2 - \lambda_0$, je nachdem man mit Analysator beobachtet dessen Polarisationsebene senkrecht oder parallel zur Bewegungsrichtung ist.

1) H. A. Lorentz, Amst. Proc. April 23, 1904.
2) A. H. Bucherer, diese Zeitschr. 6, 833, 1905.

Bei der Kleinheit der zu messenden Verschiebungen kann eine longitudinale Beobachtung lediglich zur Bestimmung von β dienen.

Auf weitere Details will ich nicht eingehen; doch sei es mir gestattet, einiges über die Realisierbarkeit der Versuche zu bemerken. Man kann nicht hoffen, eine Verschiebung von weniger als 0·1 A.-E. zu konstatieren, sagen wir $\lambda_0/50000$; dabei ist sie theoretisch von der Ordnung $\frac{1}{2}\beta^2\lambda_0$. Zum bloßen Konstatieren des Effektes wäre nötig $\beta = 1/160$, $v = 2\cdot 10^8$ cm/Sek., also eine Geschwindigkeit, die man mit einer Batterie kaum erreichen wird. Dagegen wird es schwierig sein, mittels Induktorium oder Influenzmaschine das Potential für genügend lange Zeit genügend konstant zu halten, obgleich man größere Intensität und entsprechend kürzere Belichtungsdauer erwarten kann. Übrigens verdient es hervorgehoben zu werden, daß, da die Verschiebung proportional β^2 ist, eine Erhöhung des Potentials eine wesentlich größere Messungsgenauigkeit erwarten ließe, und weiter, daß auch Wechselströme nicht zu kurzer Periode, etwa transformierte Ströme einer Hochspannungsmaschine oder Teslaströme, möglicherweise angewendet werden könnten. Trotz der Schwierigkeit der Versuche scheint ein Erfolg nicht ausgeschlossen zu sein; selbst die bloße Konstatierung eines Effektes der Bewegung dieser Art wäre von hervorragendem theoretischen Interesse.

Anmerkung bei der Korrektur: Inzwischen ist es mir aufgefallen, daß Stark (Naturw. R., März 1907) selbst eine kleine Verschiebung nach rot für möglich, aber nicht für bewiesen, hält.

Physikalisches Institut, Bonn, den 15. März 1907.

(Eingegangen 18. März 1907.)

Beitrag zu einer elektrolytischen Selenzelle.

Von Max Reinganum.

In dieser Zeitschrift[1]) beschrieb ich eine Selenzelle, bei der die Empfindlichkeit (Zunahme der Stromstärke mit der Belichtung) in hohem Maße von der angelegten Spannung abhängig ist und bei einer bestimmten Spannung ein Maximum aufweist. Es sollen im folgenden einige Messungen an einer solchen Selenzelle mitgeteilt werden, welche geeignet sind, auf die Erscheinung der günstigsten Spannung neues Licht zu werfen, und aus denen man, im Hinblick auf mögliche technische Anwendungen, ersehen kann, welche Stromzunahmen

1) Diese Zeitschrift 7, 786, 1906; Ber. d. deutsch. phys. Ges. 4, 590, 1906.

mit solchen Zellen bei intensiver Beleuchtung zu erhalten sind.

Es sei noch zur Literatur des Gegenstandes bemerkt, daß außer Minchin[1]) sich Sabine[2]) und namentlich Chr. Ries[3]) mit elektrolytischen Selenzellen beschäftigt haben, doch haben dieselben nur die elektromotorische Kraft bezw. in einigen Fällen die Stromstärke der Zelle selbst gemessen, während gerade die Wirkung durch eine angelegte Spannung bedeutend erhöht wird. Auch ist in jenen Arbeiten nicht versucht worden, die Stromintensität durch Dünnheit der Selenschicht zu verstärken.

In den folgenden Versuchen bestand die empfindliche Elektrode aus einem Platinblech, dessen eine Fläche in der früher (l. c.) beschriebenen Weise mit Selen überzogen war. Die Behandlung unterschied sich von der damaligen insofern, als die Selenfläche durch kräftiges Überführen einer Stahlfläche noch schwach poliert wurde. Hierdurch wird die Selenschicht für hohe Spannungen viel widerstandsfähiger und für die günstigsten Spannungen nach meinen bisherigen Versuchen von vollständiger Haltbarkeit.

Die Rückseite und ein Teil der Vorderfläche des Platinblechs waren zur Isolierung mit Asphaltlack überstrichen, die freibleibende Selenoberfläche betrug ca. 5,9 qcm. Die andere Elektrode bestand aus einem quer zu der ersten gestellten blanken Platinblech von ca. 10 qcm Oberfläche, als Elektrolyt diente schweflige Säure von der Konzentration 3,12 %.[4])

Die Stromquelle war ein tragbarer Akkumulator, zur Strommessung diente ein im Nebenschluß liegendes kleines Edelmannsches Galvanometer bekannter Art. Die Spannung wurde an einem Siemensschen Präzisionsrheostaten abgezweigt. Im Hauptzellenkreis befand sich außerdem ein Amperometer (1 Teilstrich gleich 2 Milliampere) zur angenäherten Kontrolle der Ausschläge.

Die Belichtung geschah durch drei parallele Nernstprojektionsstifte, die aber nur mit 1,4 Ampere insgesamt belastet wurden. Das Licht derselben wurde mit einem Kondenser von 12,6 cm Durchmesser und 13 cm Brennweite auf die Selenfläche projiziert. Zum Verdunkeln diente ein oben geschlossener, an seinem unteren Rand mit einem Filzstreifen versehener Blechzylinder, der über die Zelle gesetzt wurde. Es wurden erstens bei einigen bestimmten Spannungen, die von Interesse schienen, Messungen ausgeführt. Sodann wurde eine zusammenhängende Messungsreihe ausgeführt, bei der die Spannung um je 0,2 Volt geändert wurde, wobei mit der Spannung mehrmals hin- und hergegangen wurde. Es folgt hieraus, daß die Polarisation namentlich unter dem Zersetzungspunkt jedenfalls einen Einfluß auf die Zahlen haben muß. Derselbe äußert sich besonders bei Anlegen einer positiven Spannung, bei der chemische Einwirkung an der Selenschicht stattzufinden scheint. Hier geht der ursprüngliche Ausschlag bei Belichtung bald zurück, so daß die unten mitgeteilten Stromabnahmen größere Schwankungen zeigen. Auf chemische Einwirkung läßt die verschiedene Lage des Zersetzungspunktes je nach der Stromrichtung schließen. Zu bemerken ist ferner, daß bei der großen Verschiedenheit der Stromstärken im Dunkeln in dem untersuchten Gebiete, sowie der sehr verschiedenen Änderung derselben bei Belichtung innerhalb desselben, die Nebenschaltung des Galvanometers häufig geändert werden mußte, um immer deutliche und innerhalb der Skala liegende Ausschläge zu erhalten. Ein Teil der Versuchsresultate ist mit mehreren Schaltungen erhalten. Die Versuchsresultate sind daher in der folgenden Zusammenstellung alle gleich auf Milliampere umgerechnet. Sie sind nach Spannungen geordnet, obwohl die Reihenfolge der Beobachtungen eine verschiedene war. Es bedeutet V die an die Zelle angelegte Spannung in Volt (das $+$-Zeichen bedeutet, daß die Selenelektrode Anode, das $-$-Zeichen, daß sie Kathode war). Die Zunahme der Stromstärke durch die Belichtung enthält die mit Δi überschriebene Kolumne. Die Stromstärken im Dunkeln i sind in der Zeichnung nur für höhere Spannungen, und zwar in der Kurve rechts, zu der die Ordinate rechts gehört, angegeben. Sie sind alle bis zur Zersetzungsspannung 0,506 Volt sehr klein. i ist merklich Null in der Nähe der äußeren Spannung Null, so daß die Empfindlichkeit der Zelle, wenn man sie durch die relative Zunahme des Stromes definiert, unterhalb der Zersetzungsspannung eine fast beliebig große ist. Stromzunahmen sind (außer den beiden ersten) mit keinem Zeichen, Stromabnahmen durch Belichtung mit negativem Zeichen versehen.

Betrachten wir zunächst die Resultate mit negativem Potential der Selenelektrode, die für die Anwendung in Betracht kommen, so sehen wir ein ausgesprochenes Maximum der Lichtempfindlichkeit bei 0,506 Volt, hier beträgt die Stromdifferenz gegen den dunkeln Zustand 1,92 Milliampere. Im Dunkeln beträgt die Stromstärke bei dieser Spannung 0,0702 Milliampere,

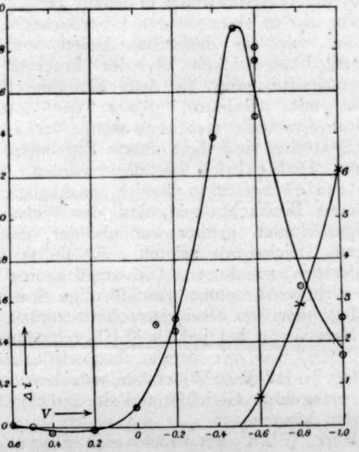
1) Electrician **26**, 361, 1891; Lum. électr. **48**, 543, 1893.

2) Nature **17**, 512, 1878.

3) Chr. Ries, Das elektrische Verhalten des kristallinischen Selens gegen Wärme und Licht. Dissertation. Erlangen 1902. S. 29—31.

4) Nach freundlicher dreimaliger Bestimmung durch Herrn Prof. Autenrieth. Es treten zwar bei den oben beschriebenen Versuchen kleine Verluste ein, doch schloß der Kork des Elektrodengefäßes gut, und die Konzentration kann in erheblichen Grenzen geändert werden, ohne daß sich die charakteristischen Punkte verschieben.

V	Δi Milliampere	V	Δi Milliampere
+0,6	+0,000476	0	0,073
+0,6	+0,000242	0	0,070
+0,572	0	−0,2	0,472
+0,506	−0,00221	−0,2	0,558
+0,409	−0,00133	−0,4	1,396
+0,4	−0,00292	−0,4	1,253
+0,4	−0,00422	−0,506	1,92
+0,2	0,00487	−0,6	1,76
+0,2	0,0136	−0,6	1,82
+0,2	0,0075	−0,6	1,485
+0,2	0,0163	−0,8	0,579
+0,182	0,0318	−0,8	0,665
0	0,0724	± 1,4	0
0	0,0699		



sie wächst also durch Belichtung ungefähr auf das 27fache. Diese Stromzunahme genügt auf alle Fälle, um selbst bei größeren Schwankungen im einzelnen ein Relais mit Sicherheit in Bewegung zu setzen, und läßt die Zelle jedenfalls mit anderen in Vergleich treten. Bei kleineren Spannungen ist die Stromstärke im Dunkeln viel kleiner, die relative Empfindlichkeit daher nahezu beliebig groß, bei größeren Spannungen dagegen als die betrachtete nimmt die Stromstärke im Dunkeln rasch zu und daher die relative Empfindlichkeit rasch ab. Die Stromstärken im Dunkeln werden für große Spannungen durch die Kurve rechts in der Figur wiedergegeben, wobei wie schon erwähnt die Ordinate rechts eingeführt ist. Konstruiert man aus der Kurve rechts den Zersetzungspunkt im Dunkeln als Schnittpunkt mit der Abszissenachse, so stimmt derselbe innerhalb der Beobachtungsgenauigkeit mit dem Punkte maximaler Empfindlichkeit überein. Dies ist auch nach meinen Versuchen bei anderen Elektrolyten der Fall.[1]) Bei der Spannung −1,4 Volt konnte keine Lichtempfindlichkeit mehr nachgewiesen werden. Bei Null Volt (in sich geschlossener Zelle) ist der Strom im Dunkeln merklich Null (eine beträchtlichere Potentialdifferenz zwischen Selen- und Platinelektrode kann nur elektrometrisch nachgewiesen werden und geht durch Stromschluß rasch zurück). Bei Belichtung ist das Mittel für die Stromzunahme der 4 bei Null Volt angestellten Versuche 0,0713 Milliampere. Dies ist also gleichzeitig nahezu der Gesamtstrom.

Betrachten wir jetzt die positiven, an die Selenelektrode gelegten Spannungen, so sehen wir, daß bei den Potentialen + 0,4 und + 0,5 Volt eine deutliche Abnahme des Stroms mit der Belichtung eintritt. Da wir uns jedoch hier überall unter der Zersetzungsspannung befinden, so ist die absolut gemessene Wirkung eine nur geringe. Polarisation macht sich namentlich in der Weise bemerkbar, daß kurz nach Beginn der Belichtung der Strom wieder allmählich ansteigt. Deshalb zeigen die mitgeteilten Zahlen für positive Potentiale größere Schwankungen. Die Stromzunahme bei + 0,6 Volt scheint sicher gestellt zu sein. Bei etwa 0,15 Volt schneidet die Hauptkurve die Abszissenachse. Hier kehrt sich der Strom durch die Belichtung einfach ohne Intensitätsänderung um. Bei + 1,4 Volt fand sich keine Lichtwirkung mehr.

Die gesamten beobachteten Erscheinungen lassen sich wohl am besten durch die Annahme erklären, daß durch die Belichtung in der Selenschicht selbst, unabhängig von dem berührenden Elektrolyten, eine elektromotorische Kraft entsteht, die die äußere je nach deren Richtung schwächen oder verstärken kann. Etwas unterhalb des Zersetzungspunktes macht sich dieselbe naturgemäß am meisten bemerkbar. Diese elektromotorische Kraft ist im Vorzeichen, und in der Größenordnung, gleich derjenigen in einer Selenschicht zwischen durchsichtigen Metallen, wie sie Fritts und v. Uljanin untersucht haben. Die Zunahme des Stromes mit der Belichtung bei + 0,6 Volt könnte in der Erhöhung der Leitfähigkeit, die bei positiven Potentialen der erregten Spannung entgegenwirkt, begründet sein. Daß sich von ± 1,4 Volt ab keine Lichtwirkung mehr zeigt, bedarf noch näherer Untersuchung. Vermutlich sind die ursprünglichen Ströme schon zu groß, um eine schwache Wirkung noch hervortreten zu lassen. Chemische Veränderungen können hier auch eine Rolle spielen.

1) Von besonderem Interesse ist Salzsäure, da sich bei Zusatz von Wasserglas zu derselben durch Bildung von Kieselsäurehydrat eine salzsäurehaltige „feste“, wenn auch das Licht etwas diffus durchlassende Zelle konstruieren läßt. Eine solche läßt sich in der Tat nicht verwenden.

Die elektrolytische Selenzelle bietet auch nach anderen Richtungen noch Interesse, und ich beabsichtige noch einige sich anschließende Fragen zu behandeln. Die Frage der Trägheit der Zellen konnte ich aus Mangel an den nötigen Apparaten noch nicht untersuchen.

Herrn Prof. Meyer und Herrn Geheimrat Himstedt danke ich bestens für die freundlichst zur Verfügung gestellten Apparate.

Freiburg i. Br., 12. März 1907, Physikalisch-chemisches Institut.

(Eingegangen 14. März 1907.)

Mitteilungen aus dem physikalischen Institut der Universität Pisa. (Direktor: A. Battelli.)

No. 32[1]): A. Battelli, Theoretische und experimentelle Untersuchungen über den elektrischen Leitungswiderstand der Solenoide für Ströme hoher Frequenz. (I. Teil.)

Der elektrische Leitungswiderstand der metallischen Leiter ist physikalisch nur für den Fall bestimmt, daß das Gesetz, nach welchem sich der elektrische Strom auf die verschiedenen Punkte eben dieses Leiters verteilt, zuvor bestimmt ist.

Diese Verteilung schwankt nun beträchtlich mit Änderung des Charakters des Stromes; die Gesetzmäßigkeit aber, welche diese Schwankungen beherrscht, ist nur für den Fall eines gewöhnlichen geradlinigen Leiters von kreisförmigem Querschnitt genau bekannt.

Dieser Fall bietet sich bei Experimentaluntersuchungen ziemlich selten dar, weil bei diesen in den meisten Fällen die Forderung gestellt wird, daß der Stromkreis eine beträchtliche magnetische Energie besitze, und man deshalb zu Spulen aufgewickelte Leiter verwendet. In einer früheren Arbeit[2]), die ich gemeinsam mit Herrn Dr. Magri veröffentlicht habe, haben wir Gelegenheit gehabt, zu beobachten, daß für derartige Leiter die Stromverteilung über den Drahtquerschnitt sehr stark von der Verteilung abweicht, die für dieselben Leiter gilt, wenn sie geradlinig ausgespannt sind.

Wir haben diese Erscheinung bemerkt, als wir Ströme von hoher Frequenz durch ein Solenoid und einen geradlinigen Leiter fließen ließen, die hintereinander geschaltet waren. Wir maßen die Wärmemengen, die in den beiden Leitern entwickelt wurden, und das Verhältnis dieser Wärmemengen gab uns das Verhältnis zwischen den elektrischen Widerständen der Leiter für die angewendeten Ströme.

Wir fanden durchweg, daß bei Anwendung von Wechselströmen der Widerstand eines Solenoids, das aus einem Draht von nicht außergewöhnlich geringem Querschnitt gewickelt ist, immer größer ist als der Widerstand, den derselbe Draht besitzen würde, wenn er in gerader Linie ausgespannt wäre. Der Unterschied zwischen diesen beiden Widerständen nimmt mit wachsender Wechselzahl des Stromes zu und ist um so bedeutender, je größer der Querschnitt des Drahtes und je geringer die Ganghöhe der Wickelung ist.

Wir schlossen daraus folgendermaßen: Während die Wechselströme in einem geradlinigen Leiter nur in einer dünnen Oberflächenschicht fließen, wird in demselben Leiter, wenn er spiralig aufgewickelt ist, der Bruchteil des Querschnittes, der an dem Stromdurchgang nicht mit teilnimmt, größer, der nutzbare Leiterquerschnitt also noch weiter vermindert.

Späterhin sind dann unsere Ergebnisse von Herrn Dolezalek[1]) bestätigt worden. Herr Dolezalek bemerkte nämlich, unabhängig von unseren Beobachtungen, daß der Widerstand einiger Spulen größer war als der, den sie gegen Gleichstrom zeigten. Er führte diese Widerstandszunahme auf Foucaultströme und auf nicht vollkommen gleichförmige Stromverteilung über den Drahtquerschnitt zurück.

Herr Wien hat jedoch in Übereinstimmung mit dem, was wir bereits festgestellt hatten, gezeigt[2]), daß diese Widerstandszunahmen nicht auf mangelnde Gleichförmigkeit zurückgeführt werden können.

Herr Wien hat auch eine theoretische Deutung der Ergebnisse des Herrn Dolezalek gegeben, und seine Schlußformeln stimmen recht gut mit den Ergebnissen der Versuche überein, trotzdem diese an Spulen mit einigen Lagen von Drahtwicklungen ausgeführt worden sind. Das beweisen die Messungen, die Herr Dolezalek zu dem Zwecke angestellt hat, und die bis zu Frequenzen von 3000 Wechseln in der Sekunde durchgeführt worden sind.

Der Fall eines Solenoids mit einer einzigen Lage von Windungen ist von Herrn Wien besonders behandelt worden. Dabei ist Herr Wien zu dem Schlusse gelangt, daß der Widerstand R für Ströme von der Frequenz N durch eine Reihe von der Form

$$R = R_0 + aN^2 - bN^4 - cN^6 - \cdots$$

dargestellt wird. Hier ist R_0 der Widerstand gegen Gleichstrom, und $a, b, c, \ldots$ sind Konstanten, die von der Drahtstärke und von der Ganghöhe des Solenoids abhängen.

---

1) No. 31: diese Zeitschr. **8**, 136, 1907.

2) Mem. della R. Acc. delle Scienze di Torino (2) **51**, 371, 1902.

1) Ann. d. Phys. (4) **12**, 1122, 1903.

2) Ann. d. Phys. (4) **14**, 1, 1904.

Die tatsächliche Berechnung dieser Konstanten ist sehr mühselig. Herr Wien hat sich denn auch damit begnügt, nur den Wert für die erste von ihnen zu finden. Hierin besteht ein erster Nachteil der Wienschen Behandlung, um so mehr als die Reihe für hohe Werte von N, besonders dann, wenn die Drahtdicke nicht sehr klein ist, so langsam konvergiert, daß man vollkommen darauf verzichten muß, R zu berechnen, und sei es auch nur mit ganz roher Annäherung. In der Tat fand Herr Wien, als er seine Rechnung auf ein Solenoid anwandte, das aus einem Kupferdraht von 2 mm Stärke mit einer Ganghöhe von 2,12 mm hergestellt worden war, Resultate, die von den Versuchsergebnissen weit abwichen. Die Werte, die er für die Widerstandsänderung berechnet hatte, die in dem Solenoid hätten auftreten müssen, wenn statt des Gleichstroms Wechselströme von einer Frequenz verwendet werden, die zwischen 4000 und 8000 Wechseln in der Sekunde variiert, ergaben sich nämlich fast doppelt so groß, wie aus den Versuchen unmittelbar gewonnen.

Abgesehen von diesem Nachteil, den Herr Wien selbst gefunden hat, kann die Reihe keinen hinlänglich genauen Wert für R ergeben, weil bei den Überlegungen, die Herr Wien zur Aufstellung der Reihe angestellt hat, implicite die Voraussetzung gemacht worden ist, daß die Verteilung des Stromes im Drahtquerschnitt in allen Punkten, die sich in demselben Abstande von der Achse des Solenoids befinden, also in allen Punkten eines mit dem Solenoid konaxialen Zylinders, gleichförmig sei.

Neuerdings hat nun Herr Sommerfeld[1]) dasselbe Problem wieder aufgenommen. Dabei ist er von dem Fall der gewöhnlichen Solenoide, die aus mehreren voneinander getrennten Windungen bestehen, zu dem Falle eines idealen Solenoids übergegangen, das aus einer im Innern hohlen Röhre besteht, und in dem der Strom gezwungen ist, Kreislinien zu beschreiben, welche die Röhrenachse zur Achse haben. Ein solches Solenoid könnte in gewissem Grade durch einen Draht verwirklicht werden, dessen Querschnitt nicht kreisförmig, sondern rechteckig wäre, wenn man einen solchen Draht auf eine isolierende Röhre in der Weise aufwickeln würde, daß jede Windung fast mit den benachbarten Windungen in Berührung steht.

Auf diese Weise findet Herr Sommerfeld, daß der allgemeine Ausdruck für das Magnetfeld in einem beliebigen Punkte eine lineare und homogene Vereinigung der beiden Besselschen Funktionen von der Ordnung Null ist, deren Argument das Produkt aus dem Abstande des Punktes von der Achse der Spirale, der Frequenz des Stromes und dem spezifischen Widerstande des Leiters ist.

Unter Benutzung angenäherter Entwicklungen der Besselschen Funktionen berechnet Herr Sommerfeld den Widerstand für hohe und für niedrige Frequenzen in einem ringförmigen Röhrenteil, der von zwei Ebenen begrenzt wird, deren gegenseitiger Abstand der Dicke der Röhrenwandung gleich ist. Ein derartiger Röhrenteil bildet demnach eine Windung von quadratischem Querschnitt.

Der Widerstand einer solchen Windung wächst mit der Frequenz, weil der Strom nur in den der Solenoidachse zunächst gelegenen Teil der Windung einzudringen sucht. Herr Sommerfeld wollte nun die Werte dieser Änderungen, wie sie sich aus der Berechnung ergeben, mit denen vergleichen, die aus unseren Versuchen und aus denen des Herrn Wien hervorgehen. Um diesen Vergleich anzustellen, denkt er sich unsere Windungen von kreisförmigem Querschnitt ersetzt durch Windungen von quadratischem Querschnitt mit gleicher Querschnittsfläche, findet dann aber, daß der berechnete Wert immer stark von dem durch Messung gefundenen abweicht, und zwar ist ersterer beinahe doppelt so groß wie letzterer.

Herr Sommerfeld nimmt an, daß man von dem Falle eines Solenoids aus einem Drahte mit quadratischem Querschnitt zu dem eines Solenoids aus einem Drahte mit kreisförmigem Querschnitt in der Weise übergehen könne, daß man die von ihm für die Widerstandszunahmen des ersteren Solenoids berechneten Werte mit einem konstanten Faktor γ multipliziert; auf Grund der wenigen experimentell gefundenen Resultate, die Herr Wien mitteilt, und einer Reihe der kalorimetrischen Messungen, die wir in unserer oben genannten Arbeit ausgeführt haben, findet er dann bestätigt, daß man diesen Faktor in der Tat als konstant ansehen kann, und daß er angenähert den Wert $\gamma = 0{,}6$ besitzt.

Insbesondere ist dieser Faktor nach Herrn Sommerfeld unabhängig vom Werte der Ganghöhe des Solenoids. Das erscheint nicht nur a priori sehr befremdlich, sondern steht auch im Widerspruch mit den Ergebnissen unserer einschlägigen Versuche.[1])

Das in Frage stehende Problem wird noch schwieriger durch den Umstand, daß man a priori nicht einmal mit Sicherheit feststellen kann, wie die Stromrichtung in den verschiedenen Punkten des zum Solenoid aufgewickelten

1) Ann. d. Phys. (4) **15**, 673, 1904.

1) Phil. Mag. (6) **5**, 28, 1903.
Mem. della R. Acc. delle Scienze di Torino **51**, 235, 1902.

Leiters ist. Man denke sich nämlich das Solenoid erzeugt aus einem kleinen Kreise von gleichem Querschnitte wie der des verwendeten Leiters, und zwar lasse man diesen kleinen Kreis in der Weise laufen, daß sein Mittelpunkt eine Schraubenlinie beschreibt, und daß die Ebene des kleinen Kreises sich immer senkrecht zur Tangente der erwähnten Schraubenlinie befinde. Dann scheint die Annahme natürlich, daß jeder Punkt dieses kleinen Kreises eine Stromlinie beschreibt, das heißt eine Linie, in deren sämtlichen Punkten die Richtung der Tangente mit der Stromrichtung zusammenfällt.

Aus diesen summarischen Betrachtungen ergibt sich klar die Notwendigkeit, gewisse Vereinfachungen in der Problemstellung einzuführen. Ich habe dies getan und werde nähere Angaben darüber in einer späteren Veröffentlichung machen.

(Aus dem Italienischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 9. März 1907.)

Mitteilungen aus dem physikalischen Institut der Universität Pisa. (Direktor: A. Battelli.)

No. 33[1]): A. Battelli und L. Magri, Die oszillatorische Entladung in Eisendrähten.

1. Eine der wichtigsten Fragen, die sich beim Studium der oszillatorischen Entladung aufdrängen, ist die nach der Form der Entladung, wenn sich in dem durch sie hervorgerufenen Magnetfelde ein magnetisierbares Material, beispielsweise Eisen, befindet.

Es steht nämlich nunmehr sicher fest, daß das Eisen den Schwingungen des Magnetfeldes leicht folgt, auch dann, wenn deren Periode so kurz wird wie die der Hertzschen Schwingungen (10^{-8} Sek.). Wenn sich nun das Eisen irgendwie im Magnetfelde einer oszillatorischen Entladung befindet, so wird es unzweifelhaft einen gewissen Einfluß auf den Verlauf der Entladung selbst ausüben müssen.

Aber dieser Einfluß wird ganz verschieden sein, je nachdem, ob die Entladung durch einen langen Eisendraht hindurchgeht, der geradlinig ausgespannt ist, oder ob die Entladung selbst durch ein Solenoid oder eine Spule aus Kupferdraht geht, die in ihrem Innern einen Eisenkern enthält.

Im ersteren Falle verlaufen nämlich die Induktionslinien fast ganz außerhalb des Eisendrahtes, und daher ist die Änderung, die dieser in der magnetischen Feldstärke und somit in der Selbstinduktion des Kreises und in der Dauer der Periode verursachen kann, nicht groß. Andererseits aber wird sich doch der Einfluß des Eisens auf die Form der Entladung deutlich bemerkbar machen, denn der hohe Wert der magnetischen Permeabilität bewirkt, daß die Foucaultströme in dem Drahte eine solche Bedeutung gewinnen, daß durch sie die von dem Strom durchflossene Oberflächenschicht sehr dünn wird. Auf diese Weise wird der Wert des Widerstandes sehr groß, und infolgedessen nimmt auch die Dämpfung einen recht beträchtlichen Wert an.

In dem Falle hingegen, daß das Eisen den Kern einer von der Entladung durchflossenen Kupferdrahtspule bildet, sind die Linien der magnetischen Induktion zum großen Teil in dem Eisen enthalten, und daher kann die magnetische Energie des Kreises und infolgedessen der Selbstinduktionskoeffizient und die Periode der Schwingung merklich beeinflußt werden. Auch in diesem Falle suchen die Foucaultströme, die im Eisenkern auftreten, die magnetische Schicht auf die Oberfläche zu begrenzen, und da sowohl diese parasitären Ströme als auch die Magnetisierungsarbeit eine ziemlich beträchtliche Energiemenge absorbieren, so wird auch jetzt die Dämpfung der Entladung vergrößert.

Die theoretischen Untersuchungen, die über diesen Gegenstand vorliegen, sind die bekannten, die den Durchgang sinusförmiger Wechselströme durch einen Draht von konstanter magnetischer Permeabilität μ behandeln, und die Untersuchungen von Barton[1]), die auch die Dämpfung berücksichtigen, dabei aber immer μ als konstant annehmen. Die experimentellen Ergebnisse lassen sich folgendermaßen zusammenfassen: 1. Trowbridge[2]) vermochte nur in dünnen Drähten eine Zunahme der Periode infolge hohen Wertes der magnetischen Permeabilität festzustellen; 2. Emden[3]) hat dieselbe Zunahme unter Versuchsbedingungen gefunden, die er nicht ausführlich mitgeteilt hat; 3. Klemenčič[4]) und nach ihm Broca und Turchini[5]) haben mittels kalorimetrischer Messungen den Wert für μ für schnell schwingende Entladungen bestimmt und sind dabei zu Werten gelangt, die untereinander gut übereinstimmen; dagegen hat Saint-John[6]) auf Grund sehr genauer Messungen der Wellenlänge der elektrischen Schwingungen in Eisendrähten gleichfalls dieselbe Größe bestimmt, hat indessen für μ Werte gefunden, die viel größer sind als die, welche vor ihm Klemenčič

---

1) No. 32: diese Zeitschr. **8**, 296, 1907.

---

1) Phil. Mag. (5) **47**, 433, 1899 und **48**, 143 und 148, 1899.
2) Phil. Mag. (5) **32**, 504, 1891 und **38**, 441, 1894.
3) Sitzungsber. d. Berl. Akad. **22**, 71, 1892.
4) Wied. Ann. **50**, 456, 1893.
5) C. R. **140**, 1238, 1905.
6) Phil. Mag. (5) **38**, 425, 1894.

gefunden hat, und die später auch Broca und Turchini wieder gefunden haben.

Alle die genannten Physiker haben sich indessen nur mit der Schnelligkeit der Änderung des Feldes beschäftigt, ohne die Intensität der magnetisierenden Kraft zu berücksichtigen, und ihre Resultate sind infolgedessen nicht untereinander vergleichbar.

Es ist jedoch notwendig, diesem Umstande von grundlegender Bedeutung Rechnung zu tragen, der bislang noch nicht in gebührender Weise Berücksichtigung gefunden hat. Da für langsam veränderliche Felder der Wert von μ sich mit der Intensität der magnetisierenden Kraft ändert, so liegt kein Grund vor, daran zu zweifeln, daß ähnliche Änderungen auch bei sehr schnell wechselnden Feldern auftreten müssen; man wird sich daher über die Bedeutung klar werden müssen, welche die Messung der magnetischen Permeabilität für eine elektrische Entladung hat. Weder die kalorimetrischen Methoden, noch die Messungen der Periode, wie solche von Trowbridge und von Emden ausgeführt worden sind, noch auch die Messungen der Wellenlängen werden uns etwas anderes liefern können als einen mittleren Wert, und auch diesen nur mit einer nicht allzu großen Annäherung. Man kann auch von vornherein sagen, daß dieser mittlere Wert, den uns die oben angedeuteten Versuchsmethoden liefern, wesentlich von der maximalen Intensität des Entladungsstromes und von der Drahtstärke abhängig sein wird.

Diese Betrachtungen reichen hin, um uns Rechenschaft zu geben über die Verschiedenheit der Ergebnisse, welche die verschiedenen Experimentatoren, trotz der Verwendung der größten Sorgfalt auf ihre Messungen, erhalten haben.

2. Von eben diesen Erwägungen ausgehend, haben wir beschlossen, neue Experimentaluntersuchungen über diesen Gegenstand anzustellen und den Verlauf der oszillatorischen Entladung in Eisendrähten durch Messung der Schwingungsperiode zu analysieren. Wir haben uns bemüht, auf diese Messung alle nur erdenkliche Sorgfalt zu verwenden, was um so notwendiger ist, als in diesem Falle die Messung wegen der schnellen Dämpfung der Entladung recht erhebliche Schwierigkeiten bietet. Wir haben deshalb Drähte von großem Durchmesser benutzt und haben uns darauf verlassen, da unsere Apparate mit solcher Genauigkeit konstruiert und aufgestellt waren, daß wir die Messung der Periode so genau durchführen konnten, daß wir imstande waren, selbst bei solchen Drähten die Änderung der Periode zu sehen, die im Eisen gegenüber dem Kupfer auftritt, und die Herrn Trowbridge entgangen war.

Die von uns benutzte Versuchsanordnung war die gleiche, welche wir bereits früher[1]) beschrieben haben.

Bei der Ausführung unserer ersten Versuchsreihen benutzten wir die beiden in der oben angeführten Mitteilung beschriebenen Luftkondensatoren. Diese Kondensatoren waren bei der ersten Messungsreihe parallel geschaltet und hatten so eine Kapazität von 14175 cm; bei der zweiten Messungsreihe wurden sie in Kaskadenschaltung benutzt und repräsentierten so eine Kapazität von 3568 cm.

Der Entladungskreis wurde aus einem gut ausgeglühten weichen Eisendraht von 0,9178 cm mittlerer Stärke gebildet, der zu einem Kreise von 296 cm Durchmesser gebogen worden war. Dieser Draht war mit vier Ebonitstückchen auf einem Holzkreuz befestigt und wurde durch dieses von den Wänden des Zimmers entfernt frei in der Luft gehalten. Der kreisförmig gebogene Draht hatte eine Länge von 929 cm, und an dem vollständig geschlossenen Kreise fehlte eine Strecke von ungefähr einem Zentimeter, welche die Unterbrechungsstelle bildete.

Ein Draht, der geometrisch mit diesem identisch wäre, aber eine Permeabilität gleich der Einheit hätte, würde für $n = 0$ einen Selbstinduktionskoeffizienten von 11355 cm haben.

Die Verbindungen zwischen diesem Entladungskreise, dem Kondensator und dem Spinterometer wurden durch drei Messingröhren hergestellt, die zusammen einen Selbstinduktionskoeffizienten von 1693 cm hatten.

Bei den Versuchsbedingungen, unter denen wir zu arbeiten in der Lage waren, konnten wir im Mittel für jeden Funken bei den am schnellsten schwingenden Entladungen fünf ganze Perioden und bei den langsameren deren vier zählen; bei ersteren ist es uns in seltenen Fällen gelungen, bis zu acht ganzen Perioden zu messen. Wir befanden uns also unter recht günstigen Bedingungen.

Im allgemeinen machten wir mit jeder Platte zwei Messungen, eine am Bilde der oberen Elektrode, die andere am Bilde der unteren, wohlverstanden in allen Fällen, wo es möglich war; zuweilen nämlich brechen die einzeln aufeinanderfolgenden Elementarfunken, aus welchen die Entladung besteht, an verschiedenen Stellen der Elektroden hervor, und in solchen Fällen wird die entstehende Photographie für die Messung ungeeignet. Bei manchen anderen Platten tritt der Fall ein, daß die Bilder der von einer der beiden Elektroden ausgehenden Funken klar und deutlich und die der von der anderen Elektrode ausgehenden unklar sind; es ist daher nicht immer möglich, die Messung an allen beiden Funkenreihen an den beiden Elektroden vorzunehmen.

1) Diese Zeitschr. **3**, 539, 1902.

Wir teilen hier aus unserem Beobachtungsjournal die beiden folgenden Versuchsreihen (Tabelle I und II) mit:

Tabelle I.
C = 3568 cm
Funkenstrecke 2,5 mm.

Nummer der Platte	Anzahl der gemessenen Perioden	Ergebnis
1	5	0,000001580
3	4	1317
4	5	1335
"	5	1428
5	6	1481
"	5	1506
6	6	1470
"	5	1469
7	8	1453
"	4	1478
9	7	1424
"	4	1406
10	8	1522
"	4	1465
10 bis	6	1465
"	6	1363
12	7	1460
"	7	1454
13	5	1554
"	5	1492

Mittelwert: 0,000001455 ± 0,000000006

Tabelle II.
C = 14175 cm,
Funkenstrecke 2,5 mm.

Nummer der Platte	Anzahl der gemessenen Perioden	Ergebnis
15	4	0,000002953
"	5	2888
16	3	2955
"	5	2887
17	4	2856
"	4	2927
18	4	2820
"	4	2835
19	4	2916

Mittelwert: 0,00000289 ± 0,000000008.

Für die Berechnung des Mittelwertes wurde jeder Messung ein Gewicht gleich der Anzahl der gezählten Perioden beigelegt.

Die Messungen, welche wir mit Eisen im Entladungskreise erhalten haben, und besonders die in der ersten Tabelle mitgeteilten, besitzen sicherlich nicht die Genauigkeit, die man unter ähnlichen Verhältnissen mit Kupferkreisen hätte erreichen können. Die Dämpfung der Entladung verringert nämlich die Anzahl der Elementarfunken und verkürzt dadurch beträchtlich die Länge der Bilder auf der Platte. Dadurch werden dann — besonders bei den kürzeren Perioden — die kleinen Verschiebungen des Funkens auf den Elektroden sehr nachteilig für die Genauigkeit der Messungen, und überdies wird dadurch der Unterschied in der Helligkeit der einzelnen aufeinanderfolgenden Fünkchen, aus denen sich jede Entladung zusammensetzt, so groß, daß die Negative, welche man erhält, in den verschiedenen Teilen des Bildes sehr verschieden stark ausgeprägt werden. Zu all diesen Fehlerquellen kann, wie wir weiter unten noch näher sehen werden, auch noch sehr leicht der Umstand treten, daß der Funken unter diesen Verhältnissen weniger regelmäßig auftritt, als wenn der Entladungskreis aus einem nicht magnetischen Material von geringem Widerstande besteht. So haben wir beispielsweise in Tabelle I einige Zahlenwerte, die vom Mittel um fast 10 v. H. abweichen, während diese Abweichung in der zweiten Tabelle, die sich auf langsamere Perioden bezieht, 2,5 v. H. nicht überschreitet.

Nachdem wir nun auf diese Weise die Periode experimentell gemessen haben, können wir leicht den Wert für μ auf Grund der Beziehungen:

$$\left(\frac{T_\mu}{T}\right)^2 L' = L'_\mu \qquad (1)$$

und

$$L'_\mu - L' = l\left(A + \sqrt{\frac{\mu\sigma_1}{2\pi p r^2}}\right) - l\left(A + \sqrt{\frac{\sigma}{2\pi p r^2}}\right) \qquad (2)$$

berechnen. In diesen beiden Gleichungen ist T_μ der experimentell gefundene Wert für die Periode beim Eisenkreis, T der Wert der Periode in einem geometrisch identischen Kupferkreise, L' der Selbstinduktionskoeffizient des gesamten Kreises mit dem Kupferdraht für die gemessene Periode, L'_μ der experimentell gefundene Wert des Selbstinduktionskoeffizienten des gesamten Kreises mit dem Eisendraht, σ_1 der spezifische Leitungswiderstand des Eisens, σ der des Kupfers, r der Halbmesser des Drahtes, l seine Länge und p das 2πfache der sekundlichen Schwingungszahl.

In diesen Formeln ist implicite vorausgesetzt:

1. daß der Einfluß der Dämpfung auf die Dauer der Schwingungen zu vernachlässigen sei;
2. daß die Frequenz hinreichend hoch sei, daß die Anwendung der Gleichung (2) an Stelle der entsprechenden Reihenentwicklungen zulässig wird;
3. daß der Wert der Dämpfung klein genug sei, um die Vernachlässigung der von Barton angegebenen Korrektionen zu gestatten.

Bei der Untersuchung der Photographien muß man dem Umstande Rechnung tragen, daß die Zahl der Elementarfunken, die auf der Platte einen brauchbaren Eindruck hinterlassen, wenigstens unter den obwaltenden Verhältnissen — kleiner ist als die Zahl der Fünkchen, aus

denen sich die Entladung in Wirklichkeit zusammensetzt. Berücksichtigen wir dies, so zeigen uns die Photographien, daß die Dämpfung der Entladung zwar ziemlich viel größer ist, als sie in einem ähnlichen Kreise aus Kupfer sein würde, daß sie aber trotzdem nicht groß genug ist, um den Wert der Periode merklich zu erhöhen. Mit dem Ergebnis dieser Untersuchung steht folgende Tatsache in vollkommener Übereinstimmung: nimmt man für R und L die Werte, die sich aus den bekannten Beziehungen für Werte von μ zwischen 100 und 600 ergeben, und berechnet unter Einsetzung dieser Werte den Wert von $\frac{R^2}{4L^2}$, so beträgt dieser kaum einige Zehntausendstel des Wertes von $\frac{1}{LC}$ und kann folglich durchaus vernachlässigt werden.

Was nun die Anwendbarkeit der gewöhnlichen Formeln anlangt, so ist zu bemerken, daß wir bei unseren Versuchen immer sekundliche Schwingungszahlen hatten, für welche $n > 10^{-5}$ war, und daß daher

$$\sqrt{\frac{8\pi^2 n_\mu r^2}{\sigma}} > 3\sqrt{\mu}$$

ist. Man sieht, wie klein auch μ werden mag, so liegt es bei unseren Versuchen doch immer über dem Grenzwert, von dem ab diese Formeln anwendbar sind.

Was endlich die von Barton berechnete Korrektion betrifft, so ist zu bedenken, daß der Höchstwert von k, den wir bei unseren Versuchen erreicht haben, berechnet nach der Formel $k = R\sqrt{\frac{C}{L}}$, wo R und L die der gemessenen Frequenz entsprechenden Werte haben, immer unterhalb 0,1 geblieben ist. Das bedeutet, daß die für den Widerstand anzubringende Korrektion kleiner als 5 v. H. und die für die Selbstinduktion anzubringende — und diese ist es eben, die von Interesse ist — von der Größenordnung von ungefähr 20 cm ist, daß sie also gegenüber mehr als 10000 gleichfalls vernachlässigt werden darf.

Bei diesen beiden ersten Versuchsreihen wurden die Werte für T aus den Dimensionen des Entladungskreises berechnet und für L' die nach der Formel von Rayleigh korrigierten Werte genommen. Es ergab sich:

	Erste Versuchsreihe:	Zweite Versuchsreihe:
$T_\mu =$	$1{,}455 \cdot 10^{-6}$	$2{,}89 \cdot 10^{-6}$
$T =$	$1{,}404 \cdot 10^{-6}$	$2{,}80 \cdot 10^{-6}$

Der Einfluß der magnetischen Permeabilität ist, wie man sieht, recht gering; er liegt aber jedenfalls oberhalb der Versuchsfehler.

3. Wir haben schließlich eine dritte Versuchsreihe über diesen Gegenstand ausgeführt. Dabei haben wir dann einen Glasplattenkondensator mit einer Kapazität von 98100 cm und einen Entladungskreis aus 2,44 mm starkem Eisendraht benutzt, der zu einem Quadrat von 200 cm Seitenlänge gebogen worden war.

Diesmal haben wir es für zweckmäßiger erachtet, die Schwingungsperiode, welche wir in dem Falle gemessen hatten, daß die Entladung durch den Eisendraht ging, mit der Periode zu vergleichen, die wir erhielten, wenn wir den Eisendraht durch einen geometrisch identischen Kupferdraht ersetzten. Auf diese Weise wollten wir die Unsicherheit vermeiden, die hinsichtlich des Wertes der Kondensatorkapazität dadurch hätte entstehen können, daß in diesem Kondensator Glas das Dielektrikum bildete. Auf alle Fälle werden wir sehen, daß auch hier wieder die Übereinstimmung zwischen der Messung und der Berechnung für den verwendeten Kupferdraht eine gute war, zumal wenn man bedenkt, daß der Wert, der sich aus der Messung der Kapazität ergibt, sicherlich etwas größer war als der, welcher so kurzen Entladungsperioden entspricht.

Die Versuchsanordnung war beinahe dieselbe wie die gelegentlich der früheren Versuche beschriebene. Der Entladungskreis bestand aus dem Spinterometer, dem Quadrat aus Eisen- bezw. Kupferdraht, je nach dem einzelnen Falle, und aus den drei Messingröhren, welche die einzelnen Teile des Kreises miteinander und mit dem Kondensator verbanden, und welche eine Selbstinduktion von 1232 cm repräsentierten.

Obschon die beiden Drähte, der Kupferdraht und der Eisendraht, durch dasselbe Zieheisen gezogen worden waren, waren ihre Durchmesser doch ein wenig voneinander verschieden, und zwar war der Kupferdraht 2,47 und der Eisendraht 2,44 mm stark.

Der Kupferdraht zeigte für $n = 0$ einen Selbstinduktionskoeffizienten von 10980 cm. Hätte er genau den Durchmesser des Eisendrahtes gehabt, so wäre sein Selbstinduktionskoeffizient 11004 cm gewesen. Der Unterschied von 24 cm kann bei diesen Messungen vollkommen vernachlässigt werden.

Wir geben hier die Resultate wieder, die wir mit dem Kupferdraht erhalten haben:

Berechnete Werte für T:
0,000 007 04
0,000 007 05
0,000 007 03
0,000 007 09
Mittelwert: 0,000 007 05.

Wie man sieht, werden für den Fall, daß der Entladungskreis aus einem Draht eines nicht

magnetischen Materials gebildet wird, die Messungen der Periode sehr genau.

Der nach der Formel von Lord Rayleigh für $T = 0,000\,007\,05$ korrigierte Wert für die Selbstinduktion des Kupferdrahtes wird 10688 cm; fügt man hierzu den Beitrag der Verbindungen mit 1232 cm, so erhält man für diese Periode den theoretischen Wert der Selbstinduktion zu 11920 cm. Berechnet man nun den Wert für T aus der gemessenen Kapazität des Kondensators, so erhält man für T den Wert 0,000 007 16, der zwar mit dem experimentell gefundenen Werte gut übereinstimmt, aber doch ein wenig größer ist, wie dies nach dem bereits Gesagten vorherzusehen war.

Wir ersetzten nun den Kupferdraht durch den Eisendraht und erhielten folgende Resultate:

Berechnete Werte für T:

0,000 008 15
0,000 007 72
0,000 008 05
0,000 007 62
0,000 007 65
0,000 007 73

Mittelwert: 0,000 007 82.

Wir hatten auf jeder Platte das Bild von sieben Halbperioden, und dieses Bild nahm eine Länge von ungefähr 4 cm ein. Die Bedingungen für die Messung der Periode waren also günstig. Die Abweichungen vom Mittelwert, die sich in den oben mitgeteilten Zahlen zeigen, sind denn auch in diesem Falle nicht alle auf Rechnung etwaiger Ungenauigkeit bei der Messung der Länge dieser Bilder zu setzen; sie sind vielmehr ein Beweis dafür, daß die maximale Feldstärke sich von Fall zu Fall geändert hat, und daß selbst bei so schnellen Schwingungen die Erscheinungen der magnetischen Sättigung des Eisens mitspielen.

4. Wir fassen nunmehr die Ergebnisse unserer Messungen von μ zusammen und stellen sie den Werten der maximalen Feldintensität gegenüber. Dieses Feld H an der Drahtoberfläche wird bekanntlich in absoluten elektromagnetischen $C.G.S$-Einheiten durch die Gleichung

$$H = \frac{2\mathfrak{J}}{r} = \frac{4\pi C V}{T_\mu r}$$

gegeben, wo $\mathfrak{J}$ die größte Amplitude der Stromstärke, C die Kapazität, V das Entladungspotential und r der Drahthalbmesser ist. Die Entladungsspannung betrug bei unseren Versuchen 30 elektrostatische Einheiten. Wir hatten also folgende Werte:

Versuchsreihe	Periode	Maximale erreichte Feldstärke	Magnetische Permeabilität
I	$1,455 \cdot 10^{-6}$	65	600
II	$2,89 \cdot 10^{-6}$	180	240
III	$7,82 \cdot 10^{-6}$	340	70

Wie man sieht, zeigen sich mit wachsendem H deutlich die Erscheinungen der magnetischen Sättigung, und die mittlere magnetische Permeabilität des Eisens wird infolgedessen geringer. Die hier wiedergegebene Tabelle zeigt deutlich, daß der Wert von μ nicht wesentlich von der Frequenz abhängt, insofern er für die kürzeste Periode seinen größten Wert annimmt, daß er dagegen hauptsächlich von H abhängig ist. Das genügt, um die Verschiedenheit der Resultate zu erklären, welche die verschiedenen Experimentatoren erhalten haben.

5. Überblicken wir noch einmal unsere Versuche, so lehren sie uns:

1. daß das Eisen sich auch noch sehr schnellen Perioden ($T = 0,000\,000\,146$) gegenüber wie ein magnetisches Material von hoher Suszeptibilität verhält;
2. daß die Permeabilität sich mit der Intensität des magnetisierenden Feldes ändert;
3. daß die Veränderlichkeit des Wertes von μ in seiner Abhängigkeit von der Intensität des magnetisierenden Feldes die Anwendung der gewöhnlichen Formeln für die Selbstinduktion und für den Widerstand unmöglich macht.

Sicherlich kann wegen der Veränderlichkeit von μ mit H die Dauer der einzelnen aufeinanderfolgenden Schwingungen, aus denen sich die Entladung zusammensetzt, nicht vom Anfang bis zum Ende der Entladung dieselbe bleiben. Die unter den gegebenen Verhältnissen ausgeführten Messungen geben uns indessen, wegen der Unregelmäßigkeit, welche die Größe der Periode aufweist, zwar eine Andeutung dieser Tatsache, können jedoch nicht mit der Genauigkeit durchgeführt werden, die erforderlich sein würde, um die kleinen Unterschiede nachzuweisen, die zwischen einer Periode und der nächstfolgenden bestehen können.

(Aus dem Italienischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 9. März 1907.)

Über das System der gekreuzten Magnete und seine Verwendung.

Bemerkung zu einer Mitteilung des Herrn Fr. Bidlingmaier.

Von Ad. Heydweiller.

Herr Bidlingmaier macht in Nr. 6 dieser Zeitschrift vom 15. März d. J.[1]) Mitteilung über einige interessante Anwendungen eines gekreuzten Magnetsystems zur Messung von Inhomogenitäten im Magnetfelde und gedenkt dabei auch meiner Verwendung dieses Systems zu einem Intensitätsvariometer mit folgenden

1) Fr. Bidlingmaier, diese Ztschr. 8, 176, 1907.

Worten: „Er (Heydweiller[1])) nimmt dabei den Winkel ψ (den Kreuzungs- oder Spreizungswinkel) zu 90^0, während aus der obigen Formel hervorgeht, daß die Methode viel empfindlicher, das zu einem ΔH gehörige $\Delta\psi$ viel größer wird, wenn man ψ möglichst klein wählt."

Diese Bemerkung ist irrig, ebenso wie die Formel, aus der sie hergeleitet ist, nämlich:

$$\frac{\Delta H}{H} = -\frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{\psi}{2} \Delta\psi,$$

wie man ohne Rechnung sofort erkennen kann; denn aus vorstehender Formel würde folgen, daß die einer bestimmten relativen Änderung des Feldes $\frac{\Delta H}{H}$ entsprechende Änderung $\Delta\psi$ des Spreizungswinkels mit bis zu Null abnehmendem ψ in das Unendliche wachsen müßte. Es ist aber ohne weiteres klar, daß die Verminderung von ψ durch eine beliebig große Vermehrung der Feldstärke niemals den Wert ψ überschreiten kann, also notwendig $\Delta\psi < \psi$ (dem absoluten Betrage nach) sein muß, daß also mit abnehmendem ψ auch die Empfindlichkeit $\Delta\psi$ bis zu Null abnehmen muß.

Der Fehler bei der Ableitung der obigen Formel liegt darin, daß das wechselseitige Drehungsmoment der beiden Magnete aufeinander proportional sin ψ gesetzt, und die Proportionalitätskonstante K (abgesehen von einem Korrektionsgliede) als unabhängig von ψ betrachtet wird, was natürlich nicht richtig ist.

Dieser Fehler geht auch in die weiteren Rechnungen des Verfassers ein. So sind die Konstanten K in Gleichung 3 und den beiden Gleichungen 4 nicht identisch. Bei kleinen Unterschieden von ψ_1 und ψ_0 kann man natürlich die Abweichungen vernachlässigen; nicht aber, wenn beide um mehr als 11^0 differieren, wie in dem Beispiel 1 auf S. 178.

An eine Verwendung des gekreuzten Magnetsystems zu galvanometrischen Messungen hatte auch ich seinerzeit gedacht, die Idee aber aufgegeben wegen technischer Schwierigkeiten. Leider gibt Herr Bidlingmaier nicht an, wie er diese Schwierigkeiten überwunden hat, oder zu überwinden gedenkt.

Noch eine historische Bemerkung zu diesem Gegenstande sei mir bei dieser Gelegenheit gestattet. Nach Bekanntgebung meiner Variometerkonstruktion machte mich der inzwischen verstorbene verdienstvolle Leiter des Potsdamer magnetischen Observatoriums, Eschenhagen, zuerst darauf aufmerksam, daß die zugrunde liegende Idee schon ziemlich alt ist. Unbekannt war mir aber, daß diese Idee früher auch schon praktisch ausgeführt wurde, wie Herr Bidlingmaier leider ohne nähere Literaturangaben mitteilt. Um so eigentümlicher berührt es, daß die Firma Edelmann in München ein meinem Variometer nachgebildetes Instrument mit einigen sehr zweckmäßigen für die Verwendung im Luftballon von Herrn Herm. Ebert angegebenen Verbesserungen als „Original-Konstruktion" des Institutes seit zwei Jahren in den Handel bringt.

Münster i. W., 18. März 1907.

(Eingegangen 19. März 1907.)

1) A. Heydweiller, Wied. Ann. **64**, 735, 1898.

Über eine Wechselwirkung zwischen der Erde und einem Pendel.

Von Ludwig Baumgardt.

I.

In einer Drahtspule, welche als schwerer Körper eines langen, freibeweglichen Pendels dient, werden während der Schwingungen des Pendels zwei elektromotorische Kräfte erzeugt:

die eine durch die pendelnde Bewegung der Drahtspule im erdmagnetischen Feld;

die zweite durch die von der Erddrehung herrührende, kontinuierliche Änderung der erdmagnetischen Intensität in der durch die Trägheit räumlich festgerichteten Pendelschwingungsebene.

Außer Joulescher Wärme in der Pendelspule resultiert aus dem Zusammenwirken der beiden phasenverschobenen elektromotorischen Kräfte noch elektrokinetische Energie in denjenigen Teilen des Schwingungsweges, in welchen die beiden EMK. verschieden gerichtet sind; das Pendel bzw. die Erde erhalten Beschleunigungsantrieb, wenn die aus der Pendelschwingung bzw. die aus der Erddrehung stammende EMK. in der Pendelspule der anderen elektromotorischen Kraft entgegengesetzt gerichtet ist und an Größe nachsteht.

Am Ende je einer Pendelschwingung hat die Erde eine bestimmte, einige Zeit hindurch nahezu konstante Menge an lebendiger Kraft eingebüßt, während der in den gleichen Perioden auftretende Verlust an lebendiger Kraft des Pendels mit der Zeit sehr rasch anwächst. Beide Verluste werden ausgeglichen durch die in der Drahtspule entwickelte Joulesche Wärme.

Dieser Energieumwandlung sind, soweit es sich um die lebendige Kraft der Erde handelt, quantitativ außerordentlich enge Grenzen schon dadurch gezogen, daß die umgesetzte Energiemenge proportional dem Quadrat der sehr kleinen Winkelgeschwindigkeit der Erde bleibt. Andererseits gibt das hier skizzierte Energieumwandlungsprinzip, generell gekennzeichnet durch die Einbeziehung der magnetelektrischen

Induktion in das Zusammenwirken von Erddrehung und Massenträgheit, grundsätzlich die Möglichkeit an die Hand, den Vorrat der Erde an lebendiger Kraft innerhalb der erwähnten engen Grenzen zu beeinflussen und Rotationsenergie der Erde in Joulesche Wärme umzusetzen.

II.

Die Windungsebene der Pendelspule liege in der Mittelstellung des Pendels horizontal und die Schwingungsebene sei beim Beginn der ersten Schwingung senkrecht zum magnetischen Meridian gerichtet.

Es ist bezeichnet mit:

a die größte Elongation des Pendels erstmalig zur Zeit $t = 0$,

$2T$ die Dauer einer Schwingungsperiode,

$2T_1$ die Dauer einer Erdumdrehung, dividiert durch den sin der Breite des Ortes $\left(2T_1 = \frac{86\,400^{sec}}{\sin\varphi}\right)$,

H die erdmagnetische Horizontalintensität [1]),

f die Windungsfläche der Pendelspule,

w der Widerstand der Drahtspule.

Die Feldintensität senkrecht zu f ist:

$$M = H \sin\frac{\pi}{T_1} t \sin\left(a\cos\frac{\pi}{T} t\right). \quad (1)$$

Die momentane resultierende EMK. ist (abgesehen vom Richtungszeichen und Maßfaktor):

$$E = f\frac{dM}{dt} = fH\left\{\frac{\pi}{T_1}\left(\sin\left[a\cos\frac{\pi}{T}t\right]\cos\frac{\pi}{T_1}t\right) - \frac{a\pi}{T}\sin\frac{\pi}{T_1}t\sin\frac{\pi}{T}t\cos\left(a\cos\frac{\pi}{T}t\right)\right\}. \quad (2)$$

Mit Rücksicht auf die hier für ein Beispiel zugrunde gelegte Bemessung der Konstantenwerte mit $a = 0{,}052$ (entsprechend einer Ablenkung des Pendels aus der Mittelstellung um 3^0), $T = 7$, $T_1 = 56\,400$ (für den 50. Breitengrad) wird Beziehung (2) vereinfacht zu

$$E = fH\left[\frac{\pi a}{T_1}\cos\frac{\pi}{T}t - \frac{\pi^2 a}{T_1 T}t\sin\frac{\pi}{T}t\right] \quad (3)$$

angenähert anwendbar, solange der Wert $\cos\frac{\pi}{T_1}t$ hinreichend wenig von eins abweicht (was für die ersten 10—15 Schwingungsminuten zutrifft), sofern die Trägheit des entsprechend bemessenen Pendels der sehr kleinen Drehwirkung zwischen erdmagnetischem Feld und stromdurchflossener Pendelspule hinreichenden Widerstand bietet [1]) und solange die Amplitude a sehr wenig abnimmt.

Das erste Klammerglied stellt, abgesehen vom gemeinsamen Faktor fH, den Wert der durch die Erddrehung erzeugten momentanen EMK. dar, das zweite Klammerglied den Wert der EMK. aus der Pendelschwingung. Fig. 1 auf beiliegender Tafel zeigt den Verlauf der resultierenden elektromotorischen Kraft E, sowie der beiden Einzelkräfte $\varepsilon_{rot.}$ und $\varepsilon_{pend.}$ während der ersten Schwingungsperiode.

Der sich abspielende Energieumsetzungsprozeß ist zunächst durch Fig. 2 auf beiliegender Tafel ebenfalls für die erste ganze Pendelschwingung veranschaulicht; die den einzelnen momentanen Energiegrößen proportionalen Produkte $E\varepsilon_{rot.}$ und $E\varepsilon_{pend.}$ sind durch Multiplikation der Ordinatenwerte aus Fig. 1 ermittelt und in Fig. 2 in Abhängigkeit von der Zeit t als Ordinaten aufgetragen, und zwar:

das Produkt $E\varepsilon_{rot.}$ da, wo $\varepsilon_{rot.}$ die entgegengesetzt gerichtete $\varepsilon_{pend.}$ übertrifft;

das Produkt $E\varepsilon_{pend.}$ da, wo das Umgekehrte der Fall ist;

das Produkt $E(\varepsilon_{rot.} + \varepsilon_{pend.})$ bei gleicher Richtung von $\varepsilon_{rot.}$ und $\varepsilon_{pend.}$ [2]);

der Wert E^2 durchwegs.

Ersichtlich gibt das Pendel während einer ganzen Schwingung sehr viel mehr Beschleunigungsenergie an die Erde ab, als solche dem Pendel von der Erde zurückgegeben wird. Die Ursache zeigt Beziehung (3): Die von der Erddrehung herrührende EMK. hat eine zunächst konstante Amplitude, während der Höchstwert der EMK. aus der Pendelschwingung schon in der ersten Halbschwingung größer ist als die erstgenannte Amplitude, weiterhin aber mit der Zeit t noch ansteigt. Daher wird nicht nur die in Betracht kommende Differenz der momentanen Werte der beiden elektromotorischen Kräfte zugunsten der EMK. aus der Pendelschwingung immer größer (Fig. 1), sondern es wächst auch der Zeitraum, innerhalb dessen das Übergewicht der EMK. aus der Pendelschwingung über die EMK. aus der Erdrotation andauert, was insbesondere Fig. 2 deutlich erkennen läßt.

---

1) Die Vertikalkomponente des Erdmagnetismus ist bei der bezeichneten Lage der Spulenwindungsfläche ohne Einfluß auf die Größe desjenigen Energieumsatzes in der Spule während je einer Schwingungsperiode, welcher mit der Erddrehung zusammenhängt. Deshalb wird in den Beziehungen für die aus der Wechselwirkung zwischen Erde und Pendel sich ergebende EMK. und Energieumsetzung die Vertikalintensität nicht berücksichtigt.

1) Es ergibt sich durch Verfolgung des Energieumsetzungsprozesses in seinen einzelnen Phasen, daß die „Störungskraft", das heißt diejenige aus der Wirkung zwischen Magnetfeld und stromdurchschlossener Pendelspule resultierende Kraft, welche die Pendelschwingungsebene zu drehen bestrebt ist, während je einer ganzen Schwingung viermal ihr Vorzeichen ändert; dieser Umstand schwächt bei passender Trägheit und Schwingungsdauer die Wirkung der Störungskraft. Siehe Fig. 2.

2) In diesen Fällen ist auch noch $E\varepsilon_{rot.}$ besonders aufgetragen.

Die Größe der Energieumsetzung, soweit die Erddrehung in Betracht kommt, ergibt sich aus Beziehung (3) zu:

$$A_{\text{rot.}} = \frac{1}{w}\int E\,\varepsilon_{\text{rot.}}\,\partial t = \frac{f^2H^2}{2w}\left(\frac{\pi a}{T_1}\right)^2 \cdot \underbrace{\left[t + \frac{T}{4\pi}\sin\frac{2\pi}{T}t + \frac{t}{2}\cos\frac{2\pi}{T}t\right]}_{=B_1} + \text{const.} \tag{4}$$

Die Abnahme an lebendiger Kraft der Erde während je einer Pendelhalbschwingung (gerechnet von einem Kulminationspunkt zum andern) wird darnach

$$A_{\text{rot.}} = \frac{0{,}75}{w}\left(\frac{fH\pi a}{T_1}\right)^2 T. \tag{5}$$

Die Größe der Energieumsetzung, soweit die Pendelschwingung in Betracht kommt, ergibt sich aus Beziehung (3) zu:

$$A_{\text{pend.}} = \frac{1}{w}\int E\,\varepsilon_{\text{pend.}}\,\partial t = \frac{f^2H^2}{w}\,\frac{a^2\pi^3}{T_1{}^2\,T} \cdot \underbrace{\left[\frac{\pi}{6T}t^3 - \frac{t^2}{4}\sin\frac{2\pi}{T}t\right]}_{=B_2} + \text{const.} \tag{6}$$

Die Abnahme an lebendiger Kraft des Pendels während der $n$ten Halbschwingung (wieder gerechnet von einem Kulminationspunkt zum anderen) wird darnach [im Geltungsbereich der Hauptgleichung (3)]

$$A_{\text{pend.}} = \left(\frac{fH\pi a}{T_1}\right)^2 \frac{\pi^2}{6w}\cdot T(n^3 - [n-1]^3) \tag{7}$$

Die gesamte in der Pendelspule erzeugte Joulesche Wärme — äquivalent der Energieabnahme der Erde und des Pendels — ergibt die Summe $A_{\text{rot.}} + A_{\text{pend.}}$ aus Gleichungen (5) und (7), die Konstante $\left(\frac{fHa\pi}{T_1}\right)^2 \cdot \frac{T}{w}$ mit D bezeichnet,

während der ersten Halbschwingung des Pendels zu: $D\left(\frac{\pi^2}{6} + 0{,}75\right)$,

während der zweiten Halbschwingung des Pendels zu: $D\left(\frac{7\pi^2}{6} + 0{,}75\right)$,

während der dritten Halbschwingung des Pendels zu: $D\left(\frac{19\pi^2}{6} + 0{,}75\right)$,

während der vierten Halbschwingung des Pendels zu: $D\left(\frac{37\pi^2}{6} + 0{,}75\right)$,

usw. im Bereich der Geltung von Beziehung (3).

Diese Übersicht läßt den doppelten Einfluß der Erddrehung erkennen: das sehr rasche Anwachsen der aus der Pendelschwingung resultierenden Jouleschen Wärme und eine konstante Wärmeentwickelung auf Kosten der lebendigen Kraft der Erde.

Parallel hierzu läuft eine wechselseitige Beschleunigung der Erde und des Pendels. Gemäß Fig. 2 erhält die Erde Beschleunigungsenergie in den Zeiträumen $t = \frac{4{,}5}{16}T$ bis $t = \frac{T}{2}$ sowie von $t = \frac{17{,}5}{16}T$ bis $t = 1{,}5\,T$ durch das Pendel zugeführt. Die Größe dieser Beschleunigungsenergie ergibt sich aus Beziehung (4) zu

$$F_1 = \left(\frac{fH\pi a}{T_1}\right)^2 \frac{1}{2w}\left(B_1\Big|_{t=\frac{4,5}{16}T}^{t=\frac{T}{2}} + B_1\Big|_{t=\frac{17,5}{16}T}^{t=1,5\,T}\right) = \frac{0{,}463}{w}\left(\frac{fH\pi a}{T_1}\right)^2 T. \tag{8}$$

Nach Fig. 2 erhält das Pendel in der ersten ganzen Schwingung Beschleunigungsenergie in den Zeiträumen $t = 0$ bis $t = \frac{4{,}5}{16}T$ sowie von $t = T$ bis $t = \frac{17{,}5}{16}T$ durch die Erde zugeführt. Die Größe dieser Beschleunigungsenergie ergibt sich aus Beziehung (6) zu

$$F_2 = \left(\frac{fH\pi a}{T_1}\right)^2 \frac{\pi}{Tw}\left(B_2\Big|_{t=0}^{t=\frac{4,5}{16}T} + B_2\Big|_{t=T}^{t=\frac{17,5}{16}T}\right) = \frac{0{,}0383}{w}\left(\frac{fH\pi a}{T_1}\right)^2 T. \tag{9}$$

Die während der ersten ganzen Pendelschwingung erfolgte Abnahme von lebendiger Kraft der Erde bestimmt Gleichung (5) zu

$$A'_{\text{rot.}} = \frac{1{,}5}{w}\left(\frac{fH\pi a}{T_1}\right)^2 \cdot T. \tag{10}$$

Die Abnahme an Pendelenergie in der gleichen Zeit ergibt Gleichung (6) oder auch (7) zu

$$A'_{\text{pend.}} = \frac{13{,}16}{w}\left(\frac{fH\pi a}{T_1}\right)^2 \cdot T. \tag{11}$$

Die so ermittelten Werte F_1, F_2, $A'_{\text{rot.}}$ und $A'_{\text{pend.}}$ liefern folgende, für die erste Schwingungsperiode geltende Tabelle (in der die Konstante $\left(\frac{fH\pi a}{T_1}\right)^2 \cdot \frac{T}{w}$ wieder mit D bezeichnet ist):

Tabelle.

Die Erde

erhält Beschleunigungsenergie vom Pendel zugeführt:	hat trotzdem einen Verlust an lebendiger Kraft aufzuweisen von:	setzt also durch ihre Drehung insgesamt an Rotationsenergie um:	gibt Beschleunigungsenergie an das Pendel ab in Höhe von:	erzeugt mithin durch ihre Drehung Joulesche Wärme des Wertes:	gibt also **mehr** Joulesche Wärme her, als sie an lebendiger Kraft einbüßt. Dies **Mehr** beträgt relativ:
0,463 D	1,5 D	1,963 D	0,0383 D	1,9247 D	$\frac{0,4247}{1,5}$ entspr. 28,5 Proz.

Das Pendel

erhält Beschleunigungsenergie von der Erde zugeführt:	hat trotzdem einen Verlust an lebendiger Kraft aufzuweisen von:	setzt also durch seine Schwingung insgesamt an Energie um:	gibt Beschleunigungsenergie an die Erde ab in Höhe von:	erzeugt mithin durch seine Schwing. Joulesche Wärme d. Wertes:	gibt also **weniger** Joulesche Wärme her, als es an lebendiger Kraft einbüßt. Dies **Minus** beträgt relativ:
0,0383 D	13,16 D	13,1983 D	0,463 D	12,7353 D	$\frac{0,4247}{13,16}$ entspr. 3,23 Proz.

Nach dieser Übersicht und dem vorher Dargetanen läßt sich die Eigenart der behandelten Energieumformung so kennzeichnen:

Die Erde als rotierender Träger des natürlichen Magnetfeldes und ein freischwingendes Drahtspulenpendel bilden ein Aggregat zweier elektrischer Maschinen mit Schwungmassen. Beide Maschinen haben ein gemeinsames Magnetsystem und eine gemeinsame induzierte Wickelung. Sie arbeiten, da sie zwei phasenverschobene Ströme wechselnder Richtung liefern, bald in Gegenschaltung, bald in gewöhnlicher Hintereinanderschaltung und erzeugen Joulesche Wärme auf Kosten der lebendigen Kraft beider Schwungmassen. Ein Bruchteil der insgesamt erzeugten Jouleschen Wärme entsteht auf Umwegen, da in den Zeitabschnitten entgegengesetzt gerichteten Arbeitens der beiden Maschinen letztere neben Joulescher Wärme wechselseitig auch Beschleunigungsenergie hergeben und zwar in verschieden hohem Maß; daraus resultiert schließlich ebenfalls elektrische Wärme.

Nachtrag bei der Korrektur.

Die (absolute) Bewegung des Pendels in einer gestreckten Ellipse durfte in vorstehendem Überschlag unberücksichtigt bleiben.

Auf die allgemeine Darstellung der energetischen Beziehungen zwischen einem rotierenden Magnetfeld und einer schwingenden Drahtspule auf Grund der Gleichung (2) beabsichtige ich demnächst zurückzukommen. Neben dem hier behandelten Sonderfall — außerordentlich geringe Winkelgeschwindigkeit des Magnetfeldes — bietet ein weiterer Spezialfall augenfälliges Interesse: Gleichheit der Umdrehungsdauer des Magnetfeldes und der Schwingungsdauer der Drahtspule. Gleichung (2) läßt erkennen, daß in diesem einen Fall der resultierende Wechselstrom in der schwingenden Spule sich nicht (wie in allen übrigen Fällen) aus zwei Wechselstromkomponenten zusammensetzt, sondern aus zwei gegeneinander verschobenen pulsierenden Gleichströmen und daß ein kontinuierliches Hin- und Herpendeln einer konstanten Menge von Beschleunigungsenergie zwischen dem rotierenden Magnetfeld und der schwingenden Spule stattfindet.

(Eingegangen 19. März 1907.)

Über die Licht- und Wärmeenergie von Glühlampen.

(Bemerkungen hierzu.)

Von W. Voege.

In dieser Zeitschrift **8**, 120, 1907, beschreibt Herr J. Rußner eine Reihe von Versuchen, bei denen durch Absorption der dunklen Wärmestrahlen in einer Lösung von Ferro-Ammoniumsulfat das Verhältnis von Licht- und Wärmestrahlung elektrischer Glühlampen bestimmt wird. Da ich mich vor einigen Jahren mit ähnlichen Versuchen eingehend beschäftigte[1]), erlaube ich mir, einige Bemerkungen zu der Arbeit des Herrn Rußner zu machen. Die Resultate, die ich seinerzeit erhielt, ergaben durchweg einen größeren Prozentsatz für die Lichtstrahlen der untersuchten Lampen (Glühlampen, Osmium-, Nernst-Lampen), als Herr Rußner findet. Es mag dies darin seinen Grund haben, daß bei meinen Versuchen die dunklen Wärmestrahlen in der allerdings sehr dicken Wasserschicht (7 cm) doch noch nicht vollständig absorbiert wurden. Meiner Ansicht nach kommt es auch gar nicht so sehr darauf an, ob die

1) Untersuchungen über die Strahlungseigenschaften der neueren Glühlampen. Hamburg 1904, Lucas Gräfe & Sillem.

absoluten Zahlenwerte für das Verhältnis „Licht- zu Wärmestrahlung" etwas größer oder kleiner ausfallen, wenn nur die relativen Werte und die Schlüsse, die hieraus gezogen werden, richtig sind. — Herr Rußner berechnet nach seinen Versuchsresultaten den Energiewert in Watt, welcher einer Hefnerkerze des Lichtes jeder der verschiedenen Glühlampen zukommt, und sagt: „Wären die Versuchsresultate richtig, so müßte der Effekt für eine Hefnerlampe (= H.-K.) bei allen Lampen derselbe sein." Dieser Satz ist meiner Ansicht nach unrichtig. Der Wärmewert einer H.-K. kann vielmehr nur für solche Lichtquellen der gleiche sein, welche 1. reine Temperaturstrahler sind und welche 2. sich in genau demselben Glühgrad befinden. In dem zweiten Punkte unterscheiden sich ja aber gerade die Glühlampen voneinander. Je höher der Glühgrad wird, um so mehr verschiebt sich das Maximum der Strahlungsenergiekurve nach den kleineren Wellenlängen zu, um so mehr werden daher die gelbgrünen Strahlen den roten gegenüber an Intensität gewinnen. Diese gelbgrünen Strahlen nun sind es, welche vor allem den Lichtwert für das Auge ausmachen, während die roten Strahlen in erster Linie den Wärmewert des Lichtes bestimmen. Mit steigender Temperatur nimmt zwar das Verhältnis der in Lichtstrahlung umgewandelten Energie zu der Gesamtenergie zu, aber die Wirkung der Lichtstrahlen auf das Auge steigt noch weit schneller. Bestimmt man daher auf optischem Wege die Zahl der Hefnerkerzen zweier Lichter und berechnet aus den Prozenten der in Lichtstrahlung umgesetzten Energie den Energiewert pro Hefnerkerze, so wird dieser Wert kleiner für diejenige Lichtquelle ausfallen, welche den höheren Glühgrad hat. In dem Aufsatz „Über die Farbe künstlicher Lichtquellen und über den Lichteffekt der Strahlung"[1]) habe ich auseinandergesetzt, daß man aus dem Wärmewert der Lichteinheit geradezu auf die Farbe des Lichtes schließen kann. Aus meinen Messungen ergeben sich, meinen Ausführungen entsprechend, folgende Zahlen für den Wärmewert der Lichteinheit:

1) Journal für Gasbeleuchtung 1905, S. 531.

Tabelle 1.

Lichtquelle	Wärmewert der Lichteinheit
Glühlampe 5 *W/HK* . . .	0,060 g cal/sek
„ 3 *W/HK* . . .	0,048 „
„ 2½ *W/HK* . .	0,040 „
Osmiumlampe	0,026 „
Nernstlampe	0,024 „

Aus den mitgeteilten Werten des Herrn Rußner läßt sich in dieser Beziehung nichts Sicheres schließen, da die Lampen nicht bei normaler Spannung gebrannt haben. (Siehe Tabelle 2.)

Bei normaler Spannung wird sich vermutlich eine ähnliche Reihenfolge der Werte der letzten Spalte ergeben wie in Tabelle 1.

Hamburg, 6. März 1907.

(Eingegangen 15. März 1907.)

Tabelle 2.

Lichtquelle	Spannung normal	Spannung bei dem Versuch	Energie für 1 *HK* in Watt	Bemerkungen
Kohlefadenlampe I	110 Volt	115 Volt	0,018	Diese Werte sind gegenüber den bei normaler Spannung zu erwartenden zu klein!
„ II	110 „	115 „	0,020	
Tantallampe	110 „	115 „	0,029	
Osmiumlampe	65 „	65 „	0,035	Richtig.
Osramlampe	120 „	115 „	0,033	Zu groß.

Zur Helmholtzschen Resonanztheorie.[1])

Von E. Waetzmann.

§ 1. Bedenken gegen die Helmholtzschen Annahmen über die Dämpfung der Basilarmembran und Aufstellung einer neuen Hypothese.

Die Grundhypothese der Helmholtzschen Resonanztheorie ist die, daß es im Ohre Teile gibt, welche auf die einzelnen Töne abgestimmt sind. Vermutungsweise spricht Helmholtz die Ansicht aus, daß diese verschieden abgestimmten Gebilde die Radialfasern der Basilarmembran seien, und daß die Abstimmung auf ihrer verschiedenen Länge beruhe. Unter dieser Annahme wird ein dem Ohre zugeleiteter Ton nur diejenigen Radialfasern, welche mit ihm im Einklange sind, merklich erregen, alle anderen dagegen „schwach oder gar nicht".[2]) Verschieden hohe Töne werden also verschiedene Radialfasern und damit verschiedene Nervenfasern erregen. Helmholtz sucht auch genauere Aufschlüsse über die Schärfe der Abstimmung der einzelnen Gebilde zu geben. Indem er davon ausgeht, daß der Grad der Rauhigkeit

1) Auszug aus der gleichlautenden Habilitationsschrift des Verfassers, Breslau 1907.

2) H. v. Helmholtz, Lehre von den Tonempfindungen, 5. Ausg. S. 238 und 243.

der engeren dissonierenden Zusammenklänge bei gleichen Intervallen durch die ganze Skala hin ziemlich derselbe sei[1]), kommt er zu dem Ergebnis, alle mitschwingenden Teile im Ohre seien etwa gleich scharf abgestimmt.

Dieser Schlußfolgerung kann ich nicht ohne weiteres zustimmen. Der Grad der Rauhigkeit eines Tonintervalls hängt nämlich nicht nur von der Stärke der dabei auftretenden Schwebungen ab, die allein an den betreffenden Stellen von Helmholtz berücksichtigt wird, sondern in vielleicht noch höherem Maße auch von ihrer Zahl.

Aber selbst wenn enge dissonierende Zusammenklänge innerhalb gewisser Grenzen annähernd denselben Grad von Rauhigkeit besäßen, so wäre nach den Helmholtzschen Annahmen doch schwer zu erklären, warum das für weitere Intervalle nicht gilt. Wenn die Schärfe der Abstimmung der Radialfasern von ihrer Eigenperiode unabhängig, und die Rauhigkeit nur von der Schärfe der Abstimmung abhängig wäre, so müßte man erwarten, daß dann auch weitere dissonierende Zusammenklänge durch die ganze Skala hin etwa gleich rauh klingen. Das ist aber nicht der Fall; weite Intervalle klingen in den hohen Oktaven weniger rauh als in den ganz tiefen. Man sucht das in der Regel damit zu erklären, daß das Ohr die zahlreichen Schwebungen weiterer Intervalle der hohen Oktaven nicht mehr als solche zu empfinden vermag, während es die Schwebungen von gleich weiten Intervallen in tiefen Oktaven noch deutlich als solche erkennt. Abgesehen davon, daß dies keine physikalische Erklärung ist, scheint mir dieselbe mit anderen Tatsachen der Akustik nur schwer vereinbar zu sein.

Schwebungen sind weiter nichts als ein Wechsel zwischen großer und geringer Intensität. Man kann sie also auch dadurch hervorbringen, daß man einen Ton mehrere Male in der Sekunde unterbricht. Dabei hat man allerdings einen Wechsel zwischen einem Ton und — physikalisch wenigstens — vollständiger Ruhe; nicht nur zwischen mehr oder weniger großer Tonstärke. Das Ohr wird also wirkliche Tonunterbrechungen in größerer Zahl erkennen als Schwebungen. Ich möchte hier nur das Resultat einiger Untersuchungen über unterbrochene Töne anführen.[2]) Auch unter Berücksichtigung der quantitativen Verhältnisse scheint es mir wahrscheinlich zu sein, daß das Ohr schnellere Schwebungen, als es wirklich der Fall ist, in den hohen Oktaven deutlich als solche empfinden müßte, wenn die hoch abgestimmten Radialfasern tatsächlich nicht schärfer abgestimmt wären, als die auf tiefe Töne mitschwingenden. Auch einige Versuche mit Trillern, die ich im Anschluß an Untersuchungen O. Abrahams und Karl L. Schaefers[1]) angestellt habe, scheinen mir darauf hinzudeuten, daß die hoch abgestimmten Radialfasern schwächer gedämpft, also schärfer abgestimmt sind als die tief abgestimmten Fasern. Das Verhältnis der Dämpfung der einzelnen Fasern scheint dadurch gegeben zu sein, daß ihre „Abklinge"zeiten nicht allzu verschieden sind.[2]) Für die Deutlichkeit sehr schneller Triller macht es keinen bedeutenden Unterschied, ob der tiefere oder der höhere der beiden Trillertöne länger andauert. Es liegt nahe, hieraus zu schließen, daß die Abklingezeiten für hohe und tiefe Töne annähernd gleich sind. Wenn diese Annahme auch durchaus noch nicht sicher begründet ist, so scheint sie mir doch besser gestützt zu sein als die Helmholtzsche Hypothese über die Dämpfung der Radialfasern.

Es schien mir deshalb nicht uninteressant, unter dieser Annahme die Intensität des Mitschwingens einiger Fasern auf Töne verschiedener Höhe zu berechnen. Es wurden dazu die auf 50, 1000 und 2000 Schwingungen pro Sekunde abgestimmten Fasern gewählt. Die auf 50 Schwingungen abgestimmte Faser wird unter obiger Annahme durch einen Ton, der von ihrem Eigenton um einen großen halben Ton entfernt liegt, noch zu etwa 6—7 Zehntel der Intensität erregt, zu der sie ein gleich starker Ton von ihrer Eigenperiode erregen würde. Für die auf 1000 resp. 2000 Schwingungen pro Sekunde abgestimmten Fasern stellen sich die entsprechenden Zahlen auf etwa $\frac{1}{100}$ resp. $\frac{1}{1000}$. Die ausführlichen Tabellen anzugeben, würde hier zu weit führen.

§ 2. Folgerungen aus der in § 1 aufgestellten Hypothese.

Die Annahme, daß die hoch abgestimmten Radialfasern schwächer gedämpft sind, und daß infolgedessen ihre Resonanzfähigkeit schärfer begrenzt ist als die der tief abgestimmten Fasern, scheint mir zu keinerlei Widersprüchen mit feststehenden akustischen Tatsachen zu führen. Andererseits erklärt sie ohne weiteres, woher es kommt, daß in den tiefen Oktaven

1) H. v. Helmholtz, l. c. Beilage X.

2) Die Untersuchungen sind unterdessen mit feineren Hilfsmitteln fortgesetzt worden und haben zu demselben Resultat geführt; nur eine für die vorliegende Frage unwesentliche quantitative Angabe, die ich früher gemacht habe, wird event. etwas modifiziert werden müssen.

1) O. Abraham und Karl L. Schaefer, Zeitschr. für Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane **20**, 408, 1899.

2) cf. hierzu O. Abraham, Zeitschr. für Psychologie und Physiologie **20**, 417, 1899.

weitere Intervalle von Primärtönen noch gut hörbare Schwebungen geben als in den hohen Oktaven.

Ferner dürften wir nach dieser Annahme vielleicht erwarten, daß sogenannte zwischenliegende Differenztöne um so leichter erkennbar sind, je höher die beiden Primärtöne liegen, weil hohe Primärtöne nur schmale Zonen der Basilarmembran zum Mitschwingen bringen. Die mir zur Verfügung stehenden Hilfsmittel reichten nicht aus, entscheidende Versuche über diese Frage anzustellen. Dagegen ist eine analoge Erscheinung an Zwischentönen schon bekannt. In einer seiner Arbeiten über Zweiklänge erwähnt nämlich F. Krüger[1]) gelegentlich als „charakteristischen Unterschied" der Höhenlagen die Tatsache, daß in den höheren Oktaven „die Zonen völliger Verschmelzung zweier Teiltöne zu einem Zwischenton relativ enger, die Fälle entsprechend zahlreicher seien, wo zwei oder mehr miteinander schwebende Töne gesondert können wahrgenommen werden." Mir scheint sich diese Tatsache der obigen Hypothese über die Schärfe der Abstimmung der verschiedenen Radialfasern gut unterzuordnen.

Ich glaube in ihr auch ein physiologisches Äquivalent dafür erblicken zu dürfen, daß tiefe Töne voll und „breit" erschienen, hohe dagegen schneidend und „spitz". Ebenso dafür, daß man Dreiklänge in den tiefen Oktaven in weiter, in den hohen Oktaven in enger Lage zu spielen pflegt. Dabei ist angenommen, daß die physiologische Voraussetzung für das Zustandekommen des eigentümlichen Dreiklangeindrucks die ist, daß die von den einzelnen Tönen des Dreiklanges erregten Zonen der Basilarmembran nicht scharf getrennt sind, sondern allmählich ineinander übergehen. Der mittlere Ton würde hiernach hauptsächlich die Aufgabe haben, die beiden Außentöne zu einem einheitlichen Ganzen zu verbinden, ohne selber sehr hervorzutreten. Tatsächlich ist aus einem Dreiklang der mittlere Ton am schwersten herauszuhören, wenn alle drei ungefähr gleiche Intensität haben, wovon ich mich durch zahlreiche Versuche auch mit anderen Versuchspersonen überzeugt habe. Bei der Verdoppelung eines Tones eines Dreiklanges vermeidet man es im allgemeinen auch, den mittleren Ton zu verdoppeln. Derselbe würde sonst eine Stärke erhalten, der ihm eine zu große selbständige Bedeutung gäbe. In tiefen Oktaven wird oft, wenn eigentlich ein Dreiklang gespielt werden soll, der mittlere Ton ganz fortgelassen; das stimmt gut zu meinen Annahmen über die Natur des Dreiklanges. In den tiefen Oktaven sind nämlich die Erregungszonen der Basilarmembranen so breit, daß die die beiden Außenzonen verbindende Mittelzone ganz fortfallen kann, ohne daß der Dreiklangeindruck ganz verloren geht.

Die anatomischen Befunde über den Bau der Schnecke ergeben keine Schwierigkeiten für die obige Hypothese. Übrigens setzt dieselbe weiter nichts voraus, als daß das Ohr überhaupt einen Resonanzapparat enthält, der den gemachten Annahmen genügen kann; speziell an die Basilarmembran ist sie nicht gebunden. Allerdings hat die Annahme, daß die Radialfasern der Basilarmembran die verschieden abgestimmten Gebilde sind, viel für sich. So würde sie z. B. die verschiedene Empfindlichkeit des Ohres für Töne verschiedener Höhe mit erklären helfen, da die äußeren Cortischen Stäbchen, welche die Schwingungen der Radialfasern weiter leiten sollen, bei den hochabgestimmten Fasern ungefähr in der Mitte derselben ansetzen, bei den tief abgestimmten mehr seitlich.

Ein Bedenken, welches M. Wien[1]) gegen die Resonanztheorie geäußert hat, verlöre durch unsere Annahme über die Dämpfung der Radialfasern etwas von seiner Bedeutung. Freilich genügt diese Annahme noch keineswegs, es völlig zu beseitigen. Vielleicht ist dieses Bedenken aber gar nicht so schwerwiegend, als es mir zunächst erschien. Es beruht nämlich auf dem Unterschied in der Empfindlichkeit des Ohres für Töne verschiedener Höhe, und zwar hat M. Wien seinen Ausführungen die außerhalb des Ohres gemessene physikalische Intensität der Töne zugrunde gelegt, während meines Erachtens die Intensität der Töne am Resonanzapparat innerhalb des Ohres berücksichtigt werden müßte.

§ 3. Über Kombinationstöne.

Zu den am meisten umstrittenen Theorien, welche Helmholtz in die Akustik eingeführt hat, gehört die von ihm gegebene Ableitung der Kombinationstöne für den Fall getrennter Primärtonquellen. L. Hermann[2]) hat zwei ernste Einwände gegen diese Ableitung erhoben. Erstens ist er der Ansicht, daß die Helmholtzsche Integration der Grundgleichung $\frac{md^2x}{dt^2} + ax + bx^2 + f\sin pt + g\sin qt = 0$ die Annahme enthalte, daß „bx^2 so klein ist im Vergleich mit den übrigen Gliedern, daß es in erster Annäherung vernachlässigt werden kann". Mir scheinen die hierauf bezüglichen Ausführungen L. Hermanns nicht beweisend zu

1) F. Krüger, Beobachtungen an Zweiklängen (Schluß). Wundts Philos. Studien **17**, 568ff., 1900.

1) M. Wien, Wüllner-Festschrift, S. 27ff., 1905.
2) L. Hermann, Pflügers Archiv **49**, 499ff., 1891.

sein. Bedenklich ist freilich, daß der Konvergenzbeweis für die zur Integration der Grundgleichung benutzte Reihe fehlt. Jedoch scheint mir rückwärts die im großen Ganzen gute Übereinstimmung der Theorie mit dem Experiment zu beweisen, daß Helmholtz berechtigt war, sich über diese Schwierigkeit hinwegzusetzen. Eine weitere Inkorrektheit in der Helmholtzschen Ableitung, nämlich die, daß der Eigenton des von den beiden Primärtönen erregten Massenpunktes vernachlässigt wird, obwohl der Dämpfungsfaktor in der Grundgleichung gleich Null angenommen wird, ist auch nicht schwerwiegend. Die Gleichung läßt sich nämlich auch dann noch ohne weiteres integrieren, wenn ein Dämpfungsglied eingefügt wird. Im Resultat erhalten dann nur die Faktoren, welche die Amplituden bedeuten, eine etwas kompliziertere Gestalt. Im übrigen bleiben die Amplituden der Kombinationstöne proportional dem Produkt der Amplituden der Primärtöne. Dieser Punkt wird oft als unvereinbar mit der Tatsache hingestellt, daß Kombinationstöne zuweilen gerade bei verklingenden Primärtönen besonders gut zu hören sind. Dabei wird aber in der Regel vergessen, daß man die physiologische und psychologische Intensität eines Tones nicht mit seiner physikalischen Intensität identifizieren darf.

Der zweite Einwand Hermanns richtet sich gegen die von der Helmholtzschen Theorie geforderte unsymmetrische Elastizität des schwingenden Mediums. Für den Fall, daß die beiden Primärtöne vollständig voneinander getrennt sind, sind die Kombinationstöne außerhalb des Ohres nicht nachweisbar, müssen also im Ohre selber entstehen, und zwar verlegt Helmholtz ihre Entstehung in das Trommelfell und dessen Adnexa. Das sind die sogenannten subjektiven Kombinationstöne. Hermann macht hiergegen geltend, daß eine Unsymmetrie in den Schwingungsamplituden des Trommelfells oder des Hammer-Amboßgelenkes erst bei sehr großen Amplituden eintreten könnte; ferner höre man Kombinationstöne, die von getrennten Primärtönen herrühren, auch dann, wenn beide Ohren fest mit Watte verstopft sind, obwohl hierdurch gerade das Trommelfell in seinen Schwingungen stark behindert würde. Preyer[1]) gibt allerdings an, daß bei zugestopften Ohren Kombinationstöne nicht zu hören seien; jedoch konnte ich sie in den meisten Fällen auch vorzüglich hören. Mir scheinen aber die Angaben Hermanns, ebenso wie die anderweitig festgestellte Tatsache, daß Personen ohne Trommelfell subjektive Kombinationstöne zu hören vermögen, gegen den Grundgedanken der Helmholtzschen Theorie nichts zu beweisen. Daß Helmholtz gerade das Trommelfell als Entstehungsort angibt, ist nur von sekundärer Bedeutung. Es können ebensogut auch andere Teile des inneren Ohres dafür in Betracht kommen, z. B. ist kaum anzunehmen, daß das Labyrinthwasser bei der Einwirkung tiefer Töne, für die es zweifellos als Ganzes schwingt, symmetrische Schwingungen ausführt. Auch die neueren Experimentaluntersuchungen über Kombinationstöne von W. F. Barrett[1]) und P. E. Belas[1]), Karl L. Schaefer[2]) und E. Waetzmann[3]) sprechen für die Richtigkeit der Grundannahmen der Helmholtzschen Theorie. Mir scheint die Annahme einer unsymmetrischen Elastizität des schwingenden Mediums nicht nur unbedenklich, sondern zur Deutung mancher Erscheinungen vorläufig wenigstens direkt notwendig zu sein. Daß es nämlich noch nicht gelungen ist, Kombinationstöne direkt im Luftraum nachzuweisen, wenn die beiden Primärtonquellen voneinander getrennt sind, mag zum Teil an der relativen Kleinheit der Luftschwingungen in bezug auf die schwingende Luftmasse liegen. Diese relative Kleinheit allein genügt aber nicht zur Erklärung der immerhin auffälligen Tatsache. Ich habe z. B. in Glockentürmen, in der Nähe der Glocken, wo die Luftschwingungen äußerst stark sind, hierauf bezügliche Untersuchungen angestellt, ohne zu einem positiven Resultat zu gelangen. Ebensowenig gelang es, die objektive Existenz von Kombinationstönen nachzuweisen, wenn zwei sehr laut tönende Stimmgabeln auf Resonanzkästen in einen kleinen Kasten eingeschlossen wurden, in welchem sich nur eine Öffnung befand, in die ein Resonator eingefügt war. Hier setzt nun sehr erwünscht die von der Helmholtzschen Theorie geforderte asymmetrische Elastizität des schwingenden Mediums ein. Die Luftschwingungen scheinen in sehr weitem Maße symmetrisch vor sich zu gehen; daher die vergeblichen Bemühungen, bei getrennten Primärtonquellen im Luftraum selber den Kombinationstönen entsprechende Schwingungen nachzuweisen.

Jedenfalls scheint mir die Helmholtzsche Theorie die Erscheinungen vorläufig am besten zu erklären. Gewisse Schwierigkeiten liegen allerdings vor; sie sind aber nicht derart, daß man gezwungen wäre, ihretwegen die Theorie ganz aufzugeben.

Breslau, Physik. Institut, März 1907.

(Eingegangen 5. April 1907.)

1) W. Preyer, Wied. Ann. **38**, 131, 1889.

1) P. E. Belas, Sc. Proc. Royal Dublin Society N. S. 10. May 1904 und Belas und Barrett, Proc. N. S. 10. June 1905.

2) Karl L. Schaefer, Ann. d. Physik **17**, 572, 1905.

3) E. Waetzmann, Ann. d. Physik **20**, 837, 1906.

Über zwei bekannte Einwände gegen das Boltzmannsche *H*-Theorem.

Von Paul u. Tatiana Ehrenfest.

§ 1. In der üblichen Formulierung besagt das H-Theorem: Wenn ein sich selbst überlassenes kinetisches Gasmodell im Laufe seiner Bewegung die Zustände

$$\ldots Z_1, Z_2 \ldots\ldots Z_n \ldots \qquad \text{(A)}$$

zu den Zeiten $T_1, T_2, \ldots T_n \ldots$ durchläuft, so gelten für die konsekutiven Werte der Größe H die Ungleichungen:

$$\ldots\ldots H_1 \geq H_2 \geq H_3 \ldots\ldots \geq H_n \ldots\ldots \qquad (1)$$

Die Größe H verhalte sich wie die negativ genommene Entropie.

§ 2. Der Loschmidtsche Umkehreinwand.[1] — Vorbemerkung: Für zwei Zustände Z_z und Z'_z mögen alle Moleküle 1. gleiche Lagen, 2. entgegengesetzt gleiche Geschwindigkeiten besitzen. Dann ist

$$H'_z = H_z \qquad (2)$$

Das kinetische Gasmodell ist ein konservativ mechanisches System. Ist es somit einer Bewegung fähig, die die Zustandsreihe (A) bringt, so ist es genau ebenso einer Bewegung

$$\ldots\ldots Z'_n, Z'_{n-1} \ldots\ldots Z'_1 \ldots \qquad \text{(B)}$$

fähig. Bei dieser Bewegung ist wegen (2) und (1):

$$\ldots\ldots H'_n \leqq H'_{n-1} \ldots\ldots \leqq H'_1 \ldots\ldots \qquad (3)$$

Zu je einer Bewegung des Modelles, bei der H von H_1 auf H_n abnimmt, läßt sich durch Umkehrung eine Bewegung angeben, für die H in genau umgekehrter Weise von H_n zu H_1 anwächst.

§ 3. Der Zermelosche Wiederkehreinwand.[2] Herr Zermelo hat durch Heranziehung eines mechanischen Theorems von Poincaré bekanntlich gezeigt: Das übliche kinetische Modell eines vollständig und dauernd isolierten Gases verhält sich quasiperiodisch.

Die Bewegung des Modelles liefere von Z_1 bis Z_n die Zustandsfolge (A), bei der H von einem relativ hohen Wert H_1 auf einen kleineren Wert H_n absinkt. Es wird dann nach einer endlichen[3] (wenn auch enorm langen) Zeit in der ungestört weiterlaufenden Bewegung eine Zustandsfolge

$$\ldots\ldots (Z_1), (Z_2) \ldots\ldots (Z_n) \ldots \qquad \text{(C)}$$

vorkommen, die in allen Daten beliebig nahe mit (A) übereinstimmt. Es werden dann die H-Werte

$$\ldots\ldots (H_1), (H_2) \ldots\ldots (H_n) \ldots\ldots \qquad (4)$$

durchlaufen, wo (H_z) sehr nahe gleich H_z ist. Wegen $H_1 > H_n$ und (H_1) nahe gleich H_1 folgt

$$(H_1) > H_n . \qquad (5)$$

Im Verlauf der Bewegung von Z_n bis (Z_1) hat also entgegen der obigen Formulierung des H-Theorems die Funktion H größere Werte angenommen. — Das quasiperiodische Verhalten des isolierten Gasmodells zeigt:

Das H-Theorem in obiger Formulierung kann nicht richtig sein.

§ 4. Boltzmanns Standpunkt gegenüber diesen beiden Einwänden.[1] — Der Kalkül des H-Theorems stütze sich ausdrücklich auf gewisse Wahrscheinlichkeitsansätze. Die so gewonnenen Ungleichungen (1) sind dementsprechend in folgendem Sinn zu verstehen: Man fasse die Gesamtheit aller mechanisch möglichen Bewegungen des Modelles zusammen; jede Bewegung in ihrer unbegrenzten Erstreckung. — Man greife alle Bewegungsphasen P_A heraus, für die H den vom Minimum stark abweichenden Wert H_A besitzt. — Nun betrachte man die Zustandsfolgen, die an die P_A sich seitlich anschließen. Sie führen nach einem Zeitintervall τ, daß man beliebig groß wählen darf, aber mindestens so groß, daß es zahlreiche Zusammenstöße im Modell umfaßt, zu sehr verschiedenen Endwerten von H, die in ihrer Gesamtheit H_B heißen mögen. — Es sind drei Fälle möglich:

I. $H_B < H_A$, II. $H_B = H_A$, III. $H_B > H_A$.

A. Das H-Theorem beanspruchte niemals, zu behaupten, daß der Fall III unmöglich ist.

B. Wohl aber behauptet das H-Theorem: Ist H_A stark vom Minimalwert verschieden, so ist die relative Häufigkeit[2] derjenigen P_A, die den Fall II und III liefern, verschwindend klein gegen die relative Häufigkeit solcher P_A, die zum Fall I führen.

C. Die dem H-Theorem zugrunde liegenden Wahrscheinlichkeitsansätze bestreiten durchaus nicht ein quasiperiodisches Verhalten des isolierten Modelles; vielmehr fordern sie geradezu[3], daß in genügend langen Zeiten immer wieder H zu beträchtlichen Werten ansteigt; auch zu solchen, die höher liegen als der Anfangswert.

---

1) Loschmidt, Wien. Sitzungsber. II, **73**, 139, 1876. — Ferner Briefe von Culverwell, Burbury, Watson, Larmor, Bryan, Fitzgerald und Boltzmann in der „Nature" **51**, 31, 78, 152, 175, 221, 293, 319, 413, 1894/95.

2) Zermelo, Wied. Ann. **57**, 485, 1896; **59**, 793, 1896; diese Zeitschrift **1**, 317, 1900; Jahres-Ber. d. Math. Vereini- S. 232, 1906.

3) Bezüglich der Einschränkungen dieser Aussage verweisen wir auf die Zitate der vorigen Anmeikung.

---

1) Boltzmann, Gastheorie II, § 88, 89.

2) Da die P_A ein Kontinuum bilden, ist das Maß der relativen Häufigkeit nicht von Willkür frei. Doch herrscht in diesem Punkte volle Übereinstimmung zwischen Boltzmann und Zermelo.

3) Diese Behauptung Boltzmanns gab zu zahlreichen Mißverständnissen Anlaß. Wir müssen uns hier begnügen, auf die Erörterungen zu verweisen, die im § 6 auf die Gl. 6 folgen.

Die Zermelosche Untersuchung decke also nicht etwa einen Widerspruch zwischen den Gleichungen der Mechanik und den zwischengreifenden Wahrscheinlichkeitsansätzen des Boltzmannschen Kalküls auf.[1]) Vielmehr weise sie hier eine geradezu überraschende Übereinstimmung nach.

§ 5. Folgt man Boltzmann in dieser rückhaltslosen Anerkennung der Quasiperiodizität, so wird man zunächst nicht umhin können, mit Herrn Zermelo zu fragen: Ist es denn möglich, ohne inneren Widerspruch gleichzeitig die Behauptungen B und C aufrecht zu erhalten? — Man lasse also das Modell von einem Zustand P_A loslaufen, der in dem nächstfolgenden Zeitintervall τ tatsächlich zu einem kleineren H führen möge. Man verfolge die Bewegung unbegrenzt weiter; es wird die Kurve der Größe H immer wieder nach genügend langer Zeit zu dem Wert H_A und auch zu höheren ansteigen. — Man lege in der Höhe H_A eine horizontale Gerade. Sie trifft in der unbegrenzten H-Kurve alle die Punkte, für die das Modell im Lauf seiner Bewegung den ungewöhnlich hohen H-Wert H_A besitzt. Die Behauptung (B): Wenn wir von jedem dieser herausgeschnittenen Punkte um den Schritt τ nach rechts gehen, so treffen wir dort „in der Regel" auf einen tiefer liegenden Punkt der Kurve. Ebenso, wenn wir statt H_A irgendeinen anderen hohen Wert $H_{A'}$ ins Auge gefaßt hätten.

Herr Zermelo hat ausführlich die geometrischen Überlegungen dargelegt, die ihn zwingen, eine solche Behauptung abzulehnen. Es sei einfach unvorstellbar, wie eine solche Kurve von allen ihren höher gelegenen Punkten „in der Regel" abwärts führen solle.[2]) An dieser Stelle müssen wir uns begnügen, auf jene Ausführungen zu verweisen.

Es ist also sehr wohl zu beachten, daß nunmehr die Diskussion sich nur mehr mit dieser rein geometrischen Schwierigkeit zu beschäftigen hat und nicht mehr mit Mechanik. In dieser Reduktion auf ein rein geometrisches Bedenken liegt das besondere Gewicht dieses Angriffes auf den Boltzmannschen Kalkül. — Es ist also durchaus erforderlich, klarzustellen, in welchem Sinn man die Behauptung über den Verlauf der H-Kurve gegen Herrn Zermelos geometrisches Bedenken aufrecht erhalten will.

§ 6. Dies gelingt nun in einfacher und natürlicher Weise, wenn man — wieder in Anlehnung an Boltzmann[1]) — genau diese selbe geometrische Schwierigkeit an einem sehr elementaren Beispiel der Wahrscheinlichkeitsrechnung verfolgt. — Es seien N-Kugeln (z. B. 100) fortlaufend numeriert über zwei Urnen verteilt. Die Urne A enthalte P_0 (z. B. 90), die Urne B also $Q_0 = (N - P_0)$ Kugeln. Doch sei nicht bekannt, welche individuellen Kugeln in jeder Urne liegen. — Überdies befinden sich in einem Sack N-Lotteriezettel mit den Nummern $1 - N$. Nach je einer Zeiteinheit wird ein Zettel gezogen und zurückgelegt. — Jedesmal, wenn eine Nummer gezogen wird, hüpft die Kugel mit dieser Nummer aus der Urne, in der sie gerade liegt, in die andere Urne und bleibt dort so lange liegen, bis gelegentlich wieder ihre Nummer gezogen wird.

Es ist immer wahrscheinlicher, daß die jeweils aufgerufene Kugel in der volleren, als daß sie in der leereren Urne angetroffen wird. Solange also die Urne A noch viel voller ist als die Urne B, wird sich bei den folgenden Ziehungen in der Regel die Urne A in B entleeren und nur ausnahmsweise eine Kugel aus B erhalten.

Graphische Veranschaulichung: Auf der Abszissenachse werden die konsekutiven Ziehungszeiten äquidistant markiert. Über der z-ten Marke wird ein Punkt in der Höhe

$$\Delta_z = |P_z - Q_z|$$

aufgetragen. (P_z und Q_z Urneninhalte nach der $z$ten Ziehung, Δ_z = Absolutwert ihrer Differenz.) — Man erhält so eine diskrete Punktfolge. Jeder Punkt dieser Folge liegt immer um zwei Einheiten tiefer oder um zwei Einheiten höher als der nächst vorhergehende. Ein dritter Fall ist ausgeschlossen. Der erste Punkt $\Delta_0 = 80$ liegt verhältnismäßig hoch. Besitzt Δ_z einen noch höheren Wert, so wird man in der Regel Δ_{z+1} tiefer liegend finden. Die Wahrscheinlichkeit des Abwärts- zum Aufwärtsgehen verhält sich ja wie

$$\frac{N + \Delta_z}{2N} : \frac{N - \Delta_z}{2N}. \tag{6}$$

Die Δ-„Kurve" zeigt also zunächst eine entschiedene Tendenz, abwärts zu laufen, nur hin und wieder geht sie um einen oder mehrere Schritte wieder aufwärts. Erst wenn sie schon sehr weit heruntergegangen ist (die Urneninhalte sind nicht mehr stark verschieden), dann erst kommen solche „verkehrte" Ziehungen häufiger vor: die Abwärtsbewegung wird schwächer. — Die Wahrscheinlichkeit der Aufeinanderfolge solcher Züge, die wieder zu einem merklichen oder großen Δ führt, ist klein. Aber selbst für eine solche Ziehungsfolge, die alle N-Kugeln

1) Unsere Erörterung beschäftigt sich demgemäß nicht mit der enorm schwierigen Frage: Sind die rein mechanischen Grundannahmen und die verschiedenen Häufigkeitshypothesen (Wahrsch.-Ansätze) des Boltzmannschen Kalküls widerspruchsfrei? — Vielmehr beschränken sie sich auf die sehr wohl zu entscheidende Frage: Reichen jene beiden Einwände hin, um einen solchen Widerspruch nachzuweisen?

2) Siehe besonders Zermelo, Wied. Ann. **59**, 797, unten „Wie ich mir das aber vorstellen soll . . . . ."

1) Siehe Boltzmann, „Nature", S. 413 u. 581, 1894 (also vor Herrn Zermelos erster Publikation).

in einer Urne versammelt, ist die Wahrscheinlichkeit von Null verschieden. Durch genügend lange Fortsetzung der Ziehungen kann man also das Ausbleiben dieser hohen und höchsten „Buckel" beliebig unwahrscheinlich werden lassen. Die Ziehungen mögen so lange fortgesetzt werden, bis auch die maximale Höhe N viele Male vorgekommen ist. Diese Δ-„Kurve" wird dann überwiegend sehr nahe an Null verlaufen, sich nur selten merklich und außerordentlich selten stark erheben.

Eine horizontale Gerade in der Höhe 80 sammelt alle Punkte der Kurve, die für die nächstfolgende Ziehung die Urneninhalte 90,10 bereitstellen. Man wird also wetten (9 zu 1), daß der auf irgendeinen solchen Punkt folgende Schritt von 80 auf 78 herunterführt. Und man würde dieses für jede beträchtliche Höhe der horizontalen Geraden behaupten.

Anderseits drängt sich unwillkürlich folgendes Bild auf: Wenn eine solche Gerade die „Kurve" 10,000 mal in einem Punkt trifft, der auf dem rechten (abwärts gehenden) Abhang eines Buckels liegt, so muß sie die Kurve ebenso oft in einem Punkt treffen, der auf dem linken (aufsteigenden) Abhang eines Buckels ist. Denn, um aus einem Buckel rechts herausfahren zu können, muß sie immer erst links in den Buckel hineingefahren sein. Müßte man sich also nicht hüten, zu behaupten, daß die nächste Ziehung „in der Regel" abwärts führt?![1])

Offenbar verschwindet der scheinbare Widerspruch zwischen unmittelbarer Wahrscheinlichkeitsüberlegung und dieser geometrischen Überlegung, sobald man die außerordentliche Häufigkeit der Maxima (und zwar Spitzenmaxima!) in jeder höheren Höhe in Betracht zieht.

In der Höhe N gibt es offenbar nur Maxima; nämlich die Spitzen: $(N-2)-(N)-(N-2)$. In der Höhe $\Delta = 0$ gibt es nur Minima; nämlich die Spitzen: $2-0-2$. In jeder anderen Höhe gibt es vier Vorkommnisse:

$\alpha)\ (\Delta-2)-\Delta-(\Delta-2)$; $\beta)\ (\Delta-2)-(\Delta)-(\Delta+2)$; $\gamma)\ (\Delta+2)-\Delta-(\Delta-2)$; $\delta)\ (\Delta+2)-(\Delta)-(\Delta+2)$. Ihre relativen Häufigkeiten berechnen sich leicht zu:

$$\alpha:\beta:\gamma:\delta = \frac{N+\Delta}{N-\Delta} : 1 : 1 : \frac{N-\Delta}{N+\Delta} \qquad (7)$$

Das heißt: Die durchlaufenden Anstiege (β) und durchlaufenden Abstiege (γ) sind gleich selten. Für Δ nahe gleich N überragt weitaus die Häufigkeit der Maximaspitzen und verschwindet die Häufigkeit der Minimaspitzen. (Die Δ-Kurve geht „glatt" abwärts!)

Um sich noch deutlicher zu machen, wie man sich ein solches Verhalten der Δ-„Kurve" vorstellen soll, berechnet man leicht:

Die Häufigkeit des Vorkommens von Δ zu der von $\Delta+2$ verhält sich wie

$$Z(\Delta) : Z(\Delta+2) = N+(\Delta+2) : N-\Delta. \qquad (8)$$

Ist wieder Δ nahe gleich N, so dringt die Kurve vielmal seltener nach $\Delta+2$ vor als bis nach Δ, in bestem Einklang mit der Behauptung, daß sie in jeder höheren Höhe in der Regel ein Spitzenmaximum aufweist. ($N = 100$; $\Delta = 96$; $Z(96) : Z(98) = 198 : 4$.) Im Hinblick auf den Umkehreinwand ist noch die folgende Aussage hervorzuheben: Im Hinblick auf den Umkehreinwand ist noch die folgende Aussage hervorzuheben: In der unbegrenzt fortgesetzten Δ-Kurve ist der Schritt

$$(\Delta)-(\Delta-2)$$

a) genau so selten wie der Schritt

$$(\Delta-2)-(\Delta)$$

b) vielmal häufiger als der Schritt

$$(\Delta)-(\Delta+2)$$

[aus (16) und (18) zu berechnen.] — So wird a) dem Umkehreinwand Genüge tun und b) trotzdem die Tendenz zur Abnahme von H aufrechterhalten.

Zusammenfassend können wir sagen:

I. Die Δ-„Kurve" geht von jedem ihrer höher gelegenen Punkte in der Regel abwärts.

II. Diese Aussage gilt — und das klingt zunächst besonders paradox — ebensowohl, wenn man die fertige „Kurve" von links nach rechts, als wenn man sie von rechts nach links durchläuft.

Ganz analog, nur etwas weitläufiger, würden die Überlegungen verlaufen für eine Δ-Kurve, die immer den Gesamterfolg von n-konsekutiven Ziehungen, statt einer einzigen Ziehung darstellt.

Die hier vorgebrachten Aussagen werden weitaus weniger übersichtlich, wenn man unnötigerweise und zugleich willkürlich die diskrete Punktfolge durch einen zusammenhängenden stetigen Kurvenzug interpoliert. Während nämlich hier kein Zweifel darüber sein kann, daß sich unsere Aussagen über Wachstum auf Differenzenquotienten beziehen, erfordert diese

1) Vergl. damit: „Es versuchte dann Boltzmann das H-Theorem zu retten, indem er seiner H-Kurve nicht mehr einen wesentlich absteigenden, sondern einen im allgemeinen gleichförmigen Verlauf parallel zur Z-Achse zuschrieb, wobei die hin und wieder auftretenden „Buckel" um so seltener sein sollen, je größer sie sind. Mag hiermit auch dem Minimalwert von H entsprechend die überwiegende Wahrscheinlichkeit der Maxwellschen Verteilung plausibel gemacht werden, so kann ich doch in einem solchen nahezu symmetrischen Verlauf der Kurve eine wirkliche Analogie zur Irreversibilität der Naturvorgänge keineswegs erblicken und welchen Anspruch auf Allgemeingültigkeit dann die Ungleichung $\frac{dH}{dt} \leqq 0$ noch haben soll, ist mir unverständlich geblieben." (Zermelo in einem kürzlich erschienenen Referat über Gibbs, Mathem. Verein. Jahresber. 15, 241, 1906.)

Bemerkung erst weitläufige Erörterungen, wenn man die Frage an Hand der stetigen, differenzierbaren Interpolationskurve durchspricht.

§ 7. Es erübrigt nur noch, zu zeigen, daß jeder kinetische Deutungsversuch des Entropiesatzes die H-Kurve als diskrete Punktfolge vom Typus der Δ-„Kurve" behandelt. — Die Definition der Größe H stützt sich auf den Begriff der Geschwindigkeitsverteilung der Moleküle; also auf die Zahl der Moleküle in jedem Element des Geschwindigkeitsraumes. Dieses Eingreifen ganzer Zahlen bewirkt, daß der exakte Verlauf von H treppenförmig ist: H springt, so oft sich durch Wanderung oder Zusammenstoß irgendeine dieser ganzen Zahlen um mindestens eine Einheit ändert. Dazwischen verläuft H horizontal.

Aus dieser Treppenkurve greift der Kalkül aber ganz wesentlich nur eine diskrete Punktfolge heraus: das „Zeitdifferential dT" der kinetischen Theoreme umfaßt immer eine sehr große Zahl von Zusammenstößen im Gas. Auf die Differenzenquotienten[1]) dieser diskreten Punktfolge bezieht sich der Kalkül des H-Theorems und ebenso die anschließenden Behauptungen Boltzmanns über die Tendenz der H-„Kurven" von jedem höher gelegenen Punkt in der Regel abwärts zu gehen.

Dann aber dürfte ein bloßer Hinweis auf die Erörterungen über die Δ-„Kurve" genügen, um festzustellen:

Weder der Wiederkehreinwand, noch auch der Umkehreinwand sind hinreichend oder überhaupt irgendwie geeignet, die Boltzmannsche Behauptung zu widerlegen, daß der zeitliche **Differenzen**quotient von H für hohe Werte von H mit enormer Wahrscheinlichkeit negativ ist.[1])

1) Dies hat Boltzmann vielleicht nicht immer genügend hervorgehoben. In der Regel operiert er mit einer Terminologie, die einer stetigen, differenzierbaren Interpolationskurve entspricht. Man kann sich an solchen Stellen zunächst kaum der durchaus mißverständlichen Auffassung erwehren, als ob sich die obigen Aussagen auf die exakten **Differential**quotienten einer solchen stetigen differenzierbaren Interpolationskurve beziehen sollen. In dieser Auffassung wären allerdings die Aussagen B. u. C. (§ 4) offenbar in sich widerspruchsvoll. — Diese Terminologie verführt dann auch, „Maximum von H" mit „Horizontalverlauf von H" zu identifizieren (siehe Zitat in Anmerk. 1 zu § 5, S. 312), statt ohne weiteres Spitzenmaxima zu berücksichtigen. — Ebenso gibt diese Terminologie Anlaß, allgemein die Annahme der Gleichheit des vorderen und hinteren Differentialquotienten zu benutzen und daraus zu beweisen, daß die statistischen Grundannahmen nur die Aussage $\frac{dH}{dt} = 0$ liefern können. (Zermelo, diese Zeitschrift **1**, 319, „Satz II", 1900), während man natürlich niemals Gleichheit der vorderen und hinteren Differenzenquotienten behaupten wird! — An einigen Stellen betont Boltzmann ausdrücklich, daß er seine Aussagen nicht auf die Differential-, sondern auf die Differenzenquotienten bezieht. (Siehe z. B. Math. Ann. **50**, 327, 1898.) Im übrigen ist es ja die einzige Auffassung, die im Hinblick auf den physikalischen Zweck der Untersuchung sinngemäß ist.

1) Es war unsere Absicht, diese eine Aussage von allen anderen damit zusammenhängenden Erörterungen zu isolieren. Deshalb lassen wir hier die Frage durchaus unberührt, inwieweit der Nachweis des H-Theorems etwa als lückenlos angesehen werden kann; welchen Sinn man im speziellen der Hypothese einer dauernden „molekularen Unordnung" geben soll. Welches begriffliche Verhältnis zwischen dem rechnerischen Ergebnis des H-Theoremkalküls und den Aussagen über die H-„Kurve" besteht u. a. — Auf diese Fragen werden wir in Kürze an anderer Stelle in zusammenhängender Besprechung der bezügl. Literatur zurückkommen. — Unsere Diskussion hat absichtlich die vielfach behandelte Frage vermieden: Welche Folgerungen knüpfen sich daran, daß Boltzmann und Zermelo übereinstimmen, es schließe das quasiperiodische Verhalten des Gasmodelles eine Abbildung des dogmatischen Entropiesatzes (ausnahmsloses Wachstum in der Entropie) am isolierten Gasmodell aus. — Unzweifelhaft bedeutet das Verfahren, durch das Herr Zermelo diese Tatsache nachwies, einen außerordentlichen Fortschritt in der kinetischen Behandlung der Thermodynamik.

(Eingegangen 10. März 1907.)

Über die H. Lorenzsche Theorie der Kreiselräder.

Von R. v. Mises.

Herr Professor Hans Lorenz (Danzig) veröffentlicht in No. 5 dieser Zeitschrift[1]) eine Theorie der in Turbinen und Kreiselpumpen vor sich gehenden hydromechanischen Vorgänge und verweist zugleich auf die eingehendere Darstellung des Gegenstandes in seinem jüngst erschienenen Buche.[2]) Es sollen im folgenden einige Irrtümer, teils mathematischer, teils physikalischer Natur, besprochen werden, die in den Lorenzschen Ableitungen enthalten sind und wohl geeignet erscheinen, seine Ergebnisse hinfällig zu machen. Die nachstehenden Ausführungen stimmen in einzelnen Punkten mit der Kritik überein, die Prášil[3]) an der in Rede stehenden Theorie geübt hat und nehmen auch auf die neuesten von Lorenz über diesen Gegenstand veröffentlichten Äußerungen[4]) Rücksicht.

1. Das hydrodynamische Problem, um das es sich hier handelt, besteht in folgendem. Eine Flüssigkeit, die wir weiterhin als inkompressibel ansehen, strömt, etwa von außen kommend, zunächst durch eine Reihe kongruenter, symmetrisch um eine Achse liegender Kanäle, deren Begrenzungen von festen Wänden gebildet werden (Leitrad), und tritt hierauf in eine zweite Gruppe in gleicher Weise angeordneter Kanäle, deren Wandungen einem um die Symmetrieachse rotierenden Rade (Laufrad) angehören. Auf das Laufrad wirkt, abgesehen

1) Diese Zeitschr. **8**, 139, 1907.
2) „Neue Theorie und Berechnung der Kreiselräder", München, 1906.
3) Zeitschr. f. d. ges. Turbinenwesen, 1907, 5.
4) Ebenda 1907, 4 u. 6.

von den Lagerreaktionen und der Schwere, noch ein eingeprägtes Kraftmoment um die Drehachse, so daß während der Bewegung ein Energieumsatz zwischen Rad und Wasser stattfindet. Als eingeprägte Kraft für die Flüssigkeit existiert natürlich nur die Schwere. Das Ziel einer Theorie, welche von der Zähigkeit des Wassers und der Reibung an den Wänden absieht, kann es nur sein, die Integrale der Eulerschen hydrodynamischen Gleichungen zu finden, die den vorgeführten Randbedingungen genügen. Damit erhält man die Mittel, um die in einer gegebenen Maschine eintretenden Erscheinungen im vorhinein zu berechnen, während man zugleich auch hoffen darf, aus einer Diskussion der gefundenen Bewegungsformen Gesichtspunkte für die praktische Gestaltung neuer Räder zu gewinnen.

Die mathematischen und — was man im ersten Augenblick vielleicht übersieht — die physikalischen Schwierigkeiten der Aufgabe sind sehr beträchtlich, wenn man sie an dem mißt, was in der theoretischen Hydrodynamik bisher geleistet wurde. Denn die hier vorliegende Bewegung darf, selbst bei Beschränkung auf den konstanten Betriebszustand, von vornherein weder als stationär (weil die Randbedingungen es nicht sind) noch als zweidimensional, noch als wirbelfrei angesehen werden. Man ist aber heute so wenig vom mathematischen als vom physikalischen Standpunkt aus in der Lage, auch nur die Randbedingungen vollständig anzugeben, die bei dieser allgemeinsten Bewegungsform der Flüssigkeit vorgeschrieben werden können. Damit im Zusammenhang steht die fast gar nicht diskutierte Frage, wieweit praktisch der Einfluß der natürlichen Strömung außerhalb des untersuchten Bereiches in Betracht kommt oder die Verfügung über die Randwerte beschränkt.

Unter diesen Verhältnissen wird man es als ein großes Verdienst von Lorenz ansehen, daß es ihm gelungen ist, durch eine plausible, das Problem vereinfachende Annahme einen Teil dieser Schwierigkeiten auszuschalten. Er nimmt zunächst alle äußeren Verhältnisse im Zu- und Abfluß als stationär und symmetrisch um die Achse verteilt an, also alle Werte unabhängig von t und φ. Dann denkt er sich an Stelle der einzelnen, die Radkränze bildenden, Hohlräume unendlich viele verschwindend schmale Kanäle, die durch unendlich dünne Zwischenwände voneinander getrennt sind. Damit ist das Problem jedenfalls auf ein einfacheres zurückgeführt: man braucht nur mehr die Bewegung einer dünnen Flüssigkeitsschicht zwischen zwei benachbarten, übrigens kongruenten und gegeneinander verdrehten, starren Wänden zu untersuchen, und wir wollen hier mit Lorenz annehmen, daß diese Bewegung als stationär gelten dürfe.

Wie Lorenz auch selbst bemerkt, ist seine Annahme von unendlich viel Schaufelflächen eine folgerichtige Ausdehnung der durch Euler begründeten Stromfadentheorie, die von der Anschauung ausgeht, daß jedem Flüssigkeitsteilchen von vornherein eine Röhre von doppelt unendlich kleinem Querschnitt als Bahn vorgeschrieben ist. Leider hat er in seiner weiteren Untersuchung nicht den Weg eingeschlagen, der sich aus der Analogie mit der Stromfadentheorie unmittelbar ergibt, sondern hat geglaubt, ganz neue Begriffe zur Behandlung des Problems in die Hydrodynamik einführen zu müssen.

2. Lorenz tritt an die Untersuchung seiner Aufgabe offenbar mit Anschauungen heran, die aus der Punktmechanik stammen. Wie ein materieller Punkt, der auf einer starren Fläche geführt wird, einen Normaldruck, einen Zwang oder eine Zwangsbeschleunigung erfährt, so überträgt nach seiner Meinung auch die Schaufelfläche auf das durchströmende Wasser eine Zwangsbeschleunigung q, die seine Bewegung beeinflußt. Er betrachtet nun den ganzen, durch die unendlich dicht gestellten Zwischenwände unterteilten Raum und wendet auf ihn die Eulerschen Bewegungsgleichungen an, die er durch Hinzufügung der Komponenten von q ergänzt. Auf diese Weise soll der Einfluß der Schaufelflächen durch „fingierte Massenkräfte ersetzt" werden. Die so entwickelten 4 Gleichungen (zu denen er noch die Definitionsgleichungen für die Wirbelkomponenten hinzufügt) „definieren ganz allgemein eine gezwungene dreidimensionale Strömung".

Zunächst erkennt man, daß selbst wenn die später abgeleitete Beziehung über die Richtung von q mitgezählt wird, immer erst fünf Gleichungen für die 7 Unbekannten w_z, w_r, w_n, q_z, q_r, q_n und p vorliegen, und daher ohne weitere Annahmen das Auslangen nicht gefunden werden kann. Das nächstliegende wäre es, aus der Analogie mit dem Problem der Punktmechanik Aufschlüsse zu erwarten; doch es zeigt sich bald, daß die Verhältnisse hier ganz anders liegen. Die Flüssigkeit wird nicht auf einer Fläche geführt wie ein Punkt, sondern zwischen zwei Nachbarflächen, von denen jede auf das einzelne Wasserteilchen einen Normaldruck überträgt und dieser ist nichts anderes als der Flüssigkeitsdruck p an der betreffenden Stelle. Man kann gewiß die Differenz der Drucke in zwei auf einer Flächennormalen einander gegenüberliegenden Punkten, bezogen auf die Masseneinheit, also den Ausdruck $\frac{g}{\gamma}\frac{\partial p}{\partial n}$ (worin ∂n die Differentia-

tion in Richtung normal zur Schaufel bezeichnet) Zwangsbeschleunigung nennen. Dann ist es aber nicht mehr möglich, neben q noch die Ableitungen von p nach drei zueinander senkrechten Richtungen in die Gleichungen einzuführen.

Der Kernpunkt der Sache liegt darin, daß die Differentialgleichungen der Bewegung nur innerhalb eines Gebietes angewendet werden können, in dem der Druck und die Geschwindigkeit stetig verteilt sind. Bringt man aber in irgendeine bewegte Flüssigkeitsmenge eine starre dünne Fläche ein, welche die Bewegung der Flüssigkeit modifiziert, so erleiden die Werte der w-Komponenten und von p in den Punkten dieser Fläche im allgemeinen einen endlichen Sprung. Die Differentialgleichungen gelten dann nur mehr in jedem der durch die Wand getrennten Gebiete bis an die Grenze heran und geben keinen Aufschluß über die Größen jener sprunghaften Änderungen. Schaltet man zwischen zwei solche starre Flächen eine stetige Reihe von Zwischenwänden ein, so wird die Größe des Sprunges im allgemeinen zugleich mit dem Abstand zweier aufeinanderfolgender Flächen gegen null gehen. Da wir aber notwendigerweise die Dicke einer solchen Wand auch der Dicke der Flüssigkeitsschichte gegenüber als verschwindend ansehen müssen, so folgt daraus, daß die Unstetigkeiten noch fortbestehen und nicht durch die Fiktion einer unendlichen Schaufelzahl eliminiert werden. Legt man eine starre Fläche derart in die Flüssigkeit, daß sie mit einer Schar von Stromlinien der ungestörten Bewegung übereinstimmt, so treten freilich keine Unstetigkeiten auf, aber die Bewegung wird durch die Fläche gar nicht beeinflußt; wollte man nur solche Zwischenflächen zulassen, so hätte man damit für die ganze Untersuchung nichts gewonnen. Der „Zwang" besteht eben wesentlich darin, daß derartige Unstetigkeiten hervorgerufen werden, und die Bewegung nicht mehr nach allen Seiten hin die Differentialgleichungen erfüllt.

Zur Theorie des Stromfadens bildet die hier in Rede stehende Theorie der „Stromschichte" ein vollständiges Analogon. Wie dort die Bahn eines Teilchens und sein Querschnitt an jeder Stelle als bekannt vorausgesetzt und die noch übrigen Unbekannten w, p durch die Kontinuitätsbedingung und die Energiegleichung (d. i. die Bewegungsgleichung für die Bahnrichtung) bestimmt werden, so hat man hier von vornherein eine Fläche, auf der die Bahn liegen muß, sowie eine Dimension des Querschnittes gegeben, während zur Ermittlung der drei noch restlichen Größen neben der Kontinuitätsbedingung die Bewegungsgleichungen für zwei auf der Fläche liegenden Richtungen zur Verfügung stehen. Die weitere Durchführung dieser Auffassung soll an anderer Stelle gebracht werden. Hier ist aus dem Vorstehenden nur der Schluß zu ziehen, daß die Einführung der Zwangsbeschleunigung in die Eulerschen Gleichungen und damit im Zusammenhang die Anwendung derselben auf das von den Schaufelflächen durchsetzte Gebiet gänzlich unstatthaft sei.

Unsere weiteren Überlegungen werden zeigen, daß der Aufbau der Lorenzschen Untersuchung auf dieser Grundlage nur infolge einer Reihe von mathematischen und mechanischen Irrtümern möglich war.

3. Lorenz setzt zunächst alle partiellen Ableitungen nach φ gleich null und kommt somit der Behandlung einer Frage nahe, die von Prášil[1]) eingehend studiert wurde: Unter welchen Verhältnissen ist in einer Flüssigkeit eine axial symmetrische Geschwindigkeitsverteilung möglich? (Symmetrieproblem.) Allein da seine Gleichungen noch die Unbekannten q_r und q_z enthalten (q_n wird so verwendet, als stünde $\frac{\partial p}{\partial \varphi}$ da), so gelangt er nicht zum Ziele.

a) Es wird behauptet, daß die Komponente ε_n des Rotors, der „Ringwirbel", verschwinden müsse. „Da er in der zuströmenden Arbeitsflüssigkeit noch nicht vorhanden ist, so kann er im Rade (abgesehen etwa auf Grund der hier vernachlässigten Flüssigkeitsreibung) auch nicht auftreten." Der Helmholtzsche Satz von der Erhaltung der Wirbel in reibungslosen Flüssigkeiten, auf den sich die Bemerkung offenbar stützt, spricht jedoch nicht die Konstanz der Wirbelgröße oder ihrer Komponenten, sondern die der Wirbelstärke, d. i. des Produktes aus Wirbelgröße und Querschnitt des Wirbelfadens, aus. Die Nullsetzung von ε_n ist also lediglich eine willkürliche Annahme.

b) Dieselbe Behauptung enthält noch einen zweiten Irrtum. Der Helmholtzsche Satz gilt ja nur dann, wenn die auf die Flüssigkeit wirkenden eingeprägten Kräfte konservativ sind. Lorenz erklärt aber ausdrücklich auf derselben Seite, daß die q kein Potential, oder, wie er sich ausdrückt, kein „eindeutiges" Potential[2]), besitzen können.

c) Gleichung (20), die besagt, daß q auf der

---

1) Über Flüssigkeitsbewegungen in Rotationshohlräumen. S. A. Schweiz. Bauz. Bd. XLI, Zürich 1903.

2) Aus dem Zusammenhang geht hervor, daß damit ein Potential überhaupt gemeint sei.

relativen Geschwindigkeit normal steht, wird interpretiert: „d. h. daß die Schaufelreaktion q zur relativen Flüssigkeitsbahn, also auch zur Schaufelfläche selbst, normal gerichtet sein muß, ..." Die Folgerung ist natürlich unrichtig.

d) In der Energiegleichung (17b) wird die Konstante c' so behandelt, als wäre sie für alle Flüssigkeitsteilchen dieselbe, d. h. sie wird beim Differenzieren immer weggelassen. Bekanntlich ist dies nur statthaft, wenn die Bewegung wirbelfrei ist, oder nur einen Wirbel besitzt, der überall die Richtung der Geschwindigkeit hat. Keines von beiden ist bei der Bewegungsform der Fall, die das Ergebnis der Lorenzschen Überlegungen bildet.

e) In ganz unverständlicher Weise wird an die Gleichungen

$$d\chi = \left(\frac{w_n}{r} - w\right)\frac{d(w_n r)}{q_n r} \qquad (22)$$

$$d\varphi = \frac{w_n}{r}\frac{d(w_n r)}{q_n r} \qquad (23)$$

die Behauptung geknüpft, „daß die Änderungen sowohl des relativen als auch des absoluten Drehwinkels der Flüssigkeitsbahnen aller Elemente zwischen zwei Niveauflächen $w_n r$ dieselben Beträge besitzen". Daraus folgt dann, daß $q_n r^3$ eine Funktion von $w_n r$ ist, usf. Es handelt sich hier wieder um eine rein willkürliche Annahme, die übrigens im Buche[1]) in etwas anderer Weise gestützt wird. Dort wird sie aus der von Lorenz für eine „vollkommene" Turbine aufgestellten Bedingung hergeleitet, daß für jedes Flüssigkeitsteilchen beim Durchgang durch das Laufrad die Änderung von $w_n r$ gleich groß sein müsse. Allein diese Forderung — für deren Berechtigung hiermit gar nichts gesagt sei — betrifft offenbar nur Randwerte und kann immer durch geeignete Wahl der Austrittskante erfüllt werden.

Man wird aus dem Gesagten bereits zur Genüge entnehmen, welche Bedeutung den von Lorenz gegebenen Vorschriften für die Gestaltung der Kreiselräder zukommt.

4. Es soll schließlich noch ein Punkt berührt werden, der zwar in der Lorenzschen Veröffentlichung in dieser Zeitschrift etwas zurücktritt, der aber sonst in seiner Theorie eine große Rolle spielt und für sie charakteristisch ist. In seinem Buche[2]) werden an den Nachweis der Existenz einer Stromfunktion $\psi(r, z)$ für die Meridianprojektion einer symmetrischen Bewegung wörtlich folgende Bemerkungen geknüpft.

„Würden wir dagegen die beiden Wände nach verschiedenen Gesetzen formen, z. B. die Innenwand zylindrisch und die Außenwand nach einem Hyperbelbogen im Meridianschnitt, so wäre die Kontinuitätsgleichung (3) nicht im ganzen Bereich der Strömung erfüllt und deren gesetzmäßiger Verlauf gestört, ohne daß wir imstande wären, die hierdurch hervorgerufenen Störungen rechnerisch zu verfolgen. Daraus ergibt sich der praktisch eminent wichtige Satz, daß eine um eine Achse symmetrisch verlaufende Flüssigkeitsströmung nur durch Wandungen begrenzt sein darf, welche sämtlich ein und dieselbe Gleichung befolgen, in der nur ein Parameter seinen Wert verändert."

Das Buch, das diese Zeilen enthält, ist dem Andenken Eulers zur Zweihundertjahrfeier seiner Geburt gewidmet.

Es sind wirklich schon bald zweihundert Jahre her, seit es den Mathematikern geläufig ist, daß etwa die „Erfüllbarkeit" der Kontinuitätsgleichung nicht an der Form der äußeren Wandungen hängt, daß zwischen zwei beliebig hingezeichneten Kurven, auch zwischen einer Geraden und einem Hyperbelbogen, noch unendlich viel verschiedene stetige Kurvenscharen gebildet werden können, daß die einzelnen Kurven einer jeden von ihnen durch eine Gleichung mit einem variablen Parameter dargestellt werden, daß keine dieser Kurvenscharen der Kontinuitätsgleichung widerspricht, daß aber nur jene die richtige ist, welche die dynamische Bewegungsgleichung erfüllt usw.

5. Die Ergebnisse, zu denen Lorenz in seiner Theorie gelangt, sind in seinen verschiedenen Publikationen ein wenig voneinander abweichend. In dieser Zeitschrift kommt er zu dem Schlusse, daß die Strömung in einem „vollkommenen" Kreiselrade (d. i. in einem, das seine Forderung gleicher Änderung von $w_n r$ auf allen Stromlinien erfüllt) folgenden Bedingungen genügt:

a) Druck und Geschwindigkeit sind in den Punkten eines Parallelkreises gleich.
b) Die Meridianprojektion der Stromlinien wird durch die Kurvenschar $r^2 z =$ const dargestellt.
c) Die Schaufelflächen sind Zylinderflächen mit beliebiger Leitlinie und Erzeugenden parallel zur Achse.
d) w_n ist eine beliebige Funktion von r allein.

Demgegenüber seien kurz folgende, teils selbstverständliche, teils leicht ableitbare Bemerkungen angeführt.

Wie immer man die Schaufelflächen und die Radkranzprofile einer Turbine gestalten mag, stets ist in derselben eine Bewegung möglich, die sowohl der Kontinuitätsbedingung als den übrigen Bewegungsgleichungen genügt und außer-

1) A. a. O. S. 38.
2) A. a. O. S. 15 f.

dem noch durch die Zu- und Abflußverhältnisse bestimmt wird. Sind die letzteren von t und φ unabhängig, so ist die Bewegung im Rade wohl nicht stationär, aber in t und φ periodisch, mit einer Periodenzahl gleich dem kleinsten gemeinsamen Vielfachen der beiden Schaufelzahlen. Denkt man sich die Schaufelzahlen ins Ungemessene vergrößert, so verringert sich die Größe der periodischen Schwankungen zugleich mit der Vermehrung ihrer Zahl. Die rechnerische Verfolgung des Vorganges wird bei dieser Annahme, wie oben angedeutet wurde, vereinfacht; zu irgendeiner Beschränkung in der Wahl der Schaufeln und Kranzprofile ergibt jedoch diese Untersuchung keinen Gesichtspunkt.

Verfolgt man das oben ausgesprochene Symmetrieproblem weiter, so findet man, daß die Schaufelflächen, innerhalb deren eine freie symmetrische Strömung möglich sein soll, einer bestimmten Differentialgleichung genügen müssen. Setzt man z. B. voraus, daß die Stromlinien alle in Ebenen normal zur Achse liegen, so lautet ihre Polargleichung, bezogen auf ein im Rade festes Koordinatensystem,

$$\varphi = A + Br^2 + C \log \text{nat}\, r, \qquad \text{(a)}$$

die schon Prášil als partikuläre Lösung des Problems gefunden hat.[1]) Diese Gleichung gilt für ein ruhendes oder ein mit konstanter Winkelgeschwindigkeit rotierendes Rad, *usw* auch bei Berücksichtigung der Schwere, für beliebige Richtung der Achse. Als Schaufelfläche kann die durch (a) gegebene Zylinderfläche, oder eine beliebige andere Fläche benutzt werden, deren Normalschnitte der Gleichung (a) mit veränderlichem Wert von A genügen.

1) A. a. O. S. 11.

Sollen die Stromlinien auf Rotationsflächen mit der Gleichung $r^2 z = \text{const}$ liegen, während w_n von z unabhängig ist, entsprechend den Lorenzschen Bedingungen b) u. d), so muß, damit Symmetrie der Geschwindigkeitsverteilung eintritt, das Moment der Relativgeschwindigkeit, das wir mit $w_n r$ bezeichnen wollen, entweder konstant sein oder der Gleichung folgen

$$w_n r = K + K_1 \log \text{nat}\, r.$$

Die Schaufelflächen sind als Zylinderflächen mit Erzeugenden parallel zur Achse nur dann möglich, wenn ihre Leitlinie der Gleichung genügt

$$\varphi = Ar^{-2} + Br^{-2} \log \text{nat}\, r + C.$$

Die Lorenzschen Bedingungen a) bis d) führen somit im allgemeinen auch auf keine freie symmetrische Bewegung. Sie stellen lediglich ein ganz willkürlich herausgegriffenes Beispiel einer bei unendlich dichten Schaufeln möglichen Bewegungsform dar.

An dieser Stelle muß die Frage unerörtert bleiben, ob und welchen Wert es hat, die Kreiselräder den Bedingungen einer freien symmetrischen Bewegung anzupassen. Es soll nur ausdrücklich darauf hingewiesen werden, daß es mit einer derartigen Gestaltung der Schaufeln keineswegs möglich ist, etwa eine stationäre Strömung im Laufrade zu erzielen.

Ehe man schließlich daran denken kann, aus der Theorie praktische Folgerungen für die Konstruktion der Turbinen zu ziehen, wird man sich wohl auch über den Einfluß der Zähigkeit des Wassers, sowie darüber einigermaßen Klarheit verschaffen müssen, wieweit die Ein- und Austrittsbedingungen noch durch die Strömung außerhalb der Turbine bestimmt sind.

(Eingegangen 20. März 1907.)

BESPRECHUNGEN.

H. A. Lorentz, Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern. (Unveränderter Abdruck von der 1. Auflage.) gr. 8. III u. 139 S. Leipzig, B. G. Teubner. 1906. Gebunden M. 3.20.

Von dieser berühmten Schrift Lorentz', die im Jahre 1895 erschienen und bereits seit längerer Zeit vergriffen ist, hat der Teubnersche Verlag in dankenswerter Weise einen Neudruck veranstaltet. Für die Leser dieser Zeitschrift ist ein Hinweis auf denselben hinreichend. Cl. Schaefer.

(Eingegangen 27. Januar 1907.)

A. Cotton u. H. Mouton, Les ultramicroscopes et les objets ultramicroscopiques. 232 S. mit 17 Abbildungen. Paris, Masson Co. 1906.

Dank der Arbeiten von Siedentopf und Zsigmondy ist man seit ca. 4 Jahren imstande, auch ultramikroskopische Teilchen sichtbar zu machen; in den wenigen Jahren haben sich die Biologen, Chemiker und Physiker der verschiedensten Kulturnationen vielfach des Ultramikroskops bedient, so daß es als eine dankenswerte Aufgabe erscheinen mußte, die gewonnenen Forschungsergebnisse einheitlich und zusammenfassend darzustellen. In dem vorliegenden kleinen Werke findet man wenigstens die wichtigsten Leistungen auf ultramikroskopischem Gebiete recht geschickt zusam-

mengestellt; das Buch ist, da es auch für Nichtphysiker bestimmt ist, leicht verständlich geschrieben, von mathematischen Entwickelungen wird nur im ersten Kapitel gelegentlich der Berechnung der auflösenden Kraft eines Mikroskopes Gebrauch gemacht. Die verschiedenen Arbeiten von Siedentopf und Zsigmondy, Biltz, Behring, Michaelis, Bredig, Spring etc. findet man eingehend behandelt, auch die wichtigen Arbeiten von Svedberg (1906) über die Darstellung kolloidaler Metalle aus nicht wäßrigen Lösungen, die Arbeiten von Einstein (1906) über die Theorie der Brownschen Molekularbewegung haben bereits Berücksichtigung gefunden. Die Verfasser sind selbst seit mehreren Jahren auf dem Gebiete der Ultramikroskopie tätig, sie räumen daher der Beschreibung ihrer eigenen Untersuchungen über die Lippmannschen Emulsionen, das Phänomen von Majorana, die Bewegung kolloidaler Metalle unter dem Einfluß von Gleich- und Wechselstrom in dem vorliegenden Werk einen relativ großen Raum ein. Bei ihren Untersuchungen bedienten sich die Verfasser eines von ihnen konstruierten Apparates, der gegenüber der Siedentopf-Zsigmondyschen Einrichtung den Vorteil bietet, daß Abänderungen am Mikroskop selbst nicht vorgenommen zu werden brauchen, sowie daß zur Herrichtung des ganzen Apparates die gewöhnlichen Hilfsmittel eines physikalischen Laboratoriums ausreichen. Das Buch kann allen denen, die sich für diesen Gegenstand interessieren, warm empfohlen werden.

R. Lucas.

(Eingegangen 27. Januar 1907.)

Josef Maria Eder, Ausführliches Handbuch der Photographie. Mit über 1500 Abbildungen und vielen Tafeln. Dritte gänzlich umgearbeitete und vermehrte Auflage. In Lieferungen à M. 1—. Erste Lieferung, 48 S. 8. Halle a. S., Wilhelm Knapp. 1906.

Diese in Lieferungen (deren Zahl ist nicht mitgeteilt) erscheinende Neuausgabe des rühmlichst bekannten Ederschen Handbuches der Photographie soll laut Prospekt behandeln: Geschichte der Photographie; Photochemie; Photographie bei künstlichem Licht; die photographischen Objektive, ihre Eigenschaften und Prüfung; die photographische Kamera und die Momentapparate; das Atelier und Laboratorium des Photographen; Einleitung in die Negativverfahren; das nasse Kollodionverfahren, die Ferrotypie und verwandte Prozesse, sowie die Herstellung von Rasternegativen für Zwecke der Autotypie; das Bromsilber-Kollodion- sowie das orthochromatische Kollodion-Verfahren und das Bad-Kollodiontrockenverfahren; die photographischen Kopieverfahren mit Silbersalzen (Positivprozeß) auf Salz-, Stärke- und Albuminpapier usw.; die Lichtpausverfahren, die Platinotypie und verschiedene Kopierverfahren ohne Silbersalze (Cyanotypie, Tintenbilder, Einstaubverfahren, Urankopien, Anthrakotypie, Negrographie usw.); den Pigmentdruck und die Heliogravüre; die photographischen Kopierverfahren mittels Mangan-, Kobalt-, Cerium-, Vanadium-, Blei- und Zinnsalzen und Asphalt; die Grundlage der Photographie mit Gelatine-Emulsionen; die Praxis der Photographie mit Gelatine-Emulsionen; die Photographie mit Chlorsilbergelatine. —

Dieses Programm ist gewiß reichhaltig zu nennen. Soweit es sich nach der ersten Lieferung, die mir bisher allein vorliegt, beurteilen läßt, geht der Verf. mit großer Gründlichkeit zu Werke. Es ist demnach anzunehmen, daß ein Buch entstehen wird, welches auch die weitestgehenden Ansprüche zu befriedigen imstande sein wird. Nicht unerwähnt möge bleiben, daß der Verfasser seitens der Verlagsanstalt bestens unterstützt wird, die dem Buche eine prächtige Ausstattung zuteil werden läßt.

Max Iklé.

(Eingegangen 1. Februar 1907.)

Verhandlungen der Internationalen Konferenz über elektrische Maßeinheiten, abgehalten in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt zu Charlottenburg vom 23. bis 25. Oktober 1905. 67 S. 4. Berlin 1906, gedruckt in der Reichsdruckerei.

Nachdem über die Ziele und den Verlauf der Beratungen der Internationalen Konferenz über elektrische Maßeinheiten, die in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt zu Charlottenburg vom 23. bis 25. Oktober 1905 stattgefunden haben, bereits mehrfach berichtet worden ist[1]), dürfte es genügen, hier darauf hinzuweisen, daß auch der offizielle Bericht in Gestalt eines stattlichen Quartheftes vorliegt.

1) Vergl. u. a. W. Jaeger, diese Zeitschr. 7, 361, 1906.

Max Iklé.

(Eingegangen 1. Februar 1907.)

H. W. Vogel, Photochemie und Beschreibung der photographischen Chemikalien. Fünfte, veränderte und vermehrte Auflage, bearbeitet von Dr. Ernst König. 8. XI u. 376 S. mit 17 Figuren im Text und 8 Tafeln. Berlin, G. Schmidt. 1906. M. 15.—

Das im Jahre 1890 zum letzten Male erschienene Werk hat in dem durch seine Veröffentlichungen auf photographischem Gebiete bekannten Dr. E. König einen berufenen Bearbeiter gefunden.

Die Einteilung des Stoffes ist in der neuen Auflage in der Hauptsache noch beibehalten, jedoch sind ganze Kapitel neu eingeschoben, das in der vierten Auflage vorhandene wesentlich vermehrt und neu bearbeitet.

Gewisse für die Geschichte der photographischen Wissenschaft wichtige Kapitel, wie namentlich die Entdeckung der optischen Sensibilisierung durch Vogel suchte der Verfasser nach Möglichkeit unverändert beizubehalten.

Der zweite Abschnitt, Wirkung des Lichtes auf die Metallverbindungen, ist gegen die frühere Auflage in sich durchaus umgestellt und das photochemisch Wichtigste, die Verbindungen des Silbers, an die erste Stelle gerückt.

Überall tritt das Bestreben des Neubearbeiters zutage, das Werk vollständig auf die Höhe der Zeit und den neuesten Errungenschaften der Wissenschaft und Technik ausgestattet zu bringen.

Auf Einzelheiten an dieser Stelle einzugehen ist bei der Fülle des gebotenen Materials unmöglich. C. Fritsch.

(Eingegangen 4. Februar 1907.)

W. Weitbrecht, Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. (Sammlung Göschen, No. 302.) 16. 180 S. Mit 15 Figuren und 2 Tafeln. Leipzig, G. J. Göschensche Verlagshandlung. 1906. Gebunden M. —,80.

Die Grundzüge der Ausgleichungsrechnung werden in einfacher Darstellung entwickelt, wobei an die mathematische Vorbildung des Lesers nur geringe Ansprüche gestellt werden; insbesondere ist die Ableitung und Verwendung der Wahrscheinlichkeitsfunktion unterblieben. Ausführlich behandelt sind die praktischen Anwendungen der Methode der kleinsten Quadrate auf die Ausgleichung von Beobachtungen (auch der bedingten Beobachtungen) mit zahlreichen numerischen Beispielen, die zumeist der geodätischen Praxis entnommen sind. Zur Einführung, besonders für die Zwecke der niederen Geodäsie, wird sich das Büchlein recht gut eignen. E. Przybyllok.

(Eingegangen 10. Februar 1907.)

J. u. R. Ambronn, Sternverzeichnis, enthaltend alle Sterne bis zur 6,5. Größe für das Jahr 1900. Bearbeitet auf Grund der genauen Kataloge und zusammengestellt. Mit einem erläuternden Vorwort versehen und herausgegeben von L. Ambronn. gr. 8. X u. 183 S. Berlin, Julius Springer. 1907. Gebunden M. 10,—.

Das vorliegende Sternverzeichnis gibt die Örter sämtlicher Sterne des nördlichen und südlichen Himmels bis zur Größe 6,5 auf Epoche und Äquinoktium 1900 reduziert mit einer Genauigkeit von $0^s{,}1$ resp. $1''$, die für viele Zwecke (geographische Ortsbestimmungen, zur Identifizierung hellerer Sterne, zum Unterricht und dergl.) ausreicht. Die Örter sind zumeist den Katalogen der Astronomischen Gesellschaft und, wo diese noch fehlen, anderen guten Katalogen entnommen worden. Die Helligkeiten der Sterne stammen für den nördlichen Himmel der Potsdamer Durchmusterung, für den südlichen zumeist der Harvard Photometrie, sind also fast durchweg auf photometrische Messungen basiert. Auf nicht allzu weit abliegende Epochen können die Örter mit Hilfe der angegebenen jährlichen Veränderung übertragen werden. Der Anhang enthält ein Verzeichnis von Eigenbewegungen, Doppelsternbahnen, sowie Tabellen zur bequemen Berechnung der Präzession. Der Wert des Buches liegt darin, daß es eine gewisse Lücke ausfüllt; obwohl nicht eigentlich für den Astronomen bestimmt, wird es auch diesem gelegentlich recht gute Dienste leisten können. E. Przybyllok.

(Eingegangen 10. Februar 1907.)

Berichtigung.

In der Besprechung von F. Dessauer u. P. C. Franze (diese Zeitschr. **8**, 222, 1907) befindet sich leider ein sinnentstellender Druckfehler. Auf Seite 223, Zeile 9 von oben, muß es statt Zutrauen Mißtrauen heißen.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Göttingen Dr. Paul Koebe für Mathematik.

Ernannt: Der Privatdozent an der Technischen Hochschule in Karlsruhe Professor Dr. Kriemler zum Professor für technische Mechanik an der Technischen Hochschule in Stuttgart.

Verliehen: Dem Privatdozenten für Chemie an der Universität Freiburg Dr. Wilhelm Meigen der Titel eines a. o. Professors.

In den Ruhestand getreten: Der a. o. Professor der Mathematik an der Universität Würzburg Dr. Eduard Selling.

Gestorben: Der Professor der Maschinenbaukunde an der Technischen Hochschule München Dr. Georg Ultsch; der Professor der Mathematik an der böhmischen Technischen Hochschule Brünn Dr. Suchardy; der frühere o. Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule Dresden Dr. Arwed Fuhrmann.

Gesuche.

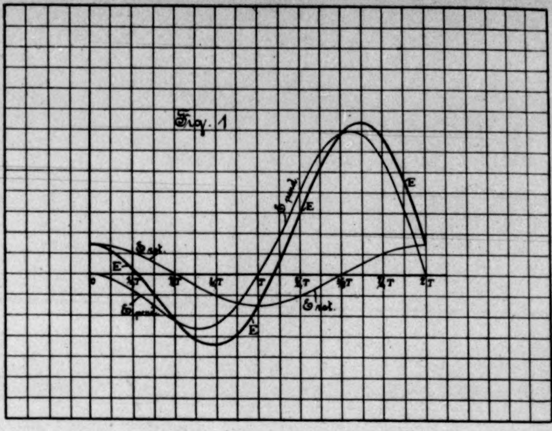
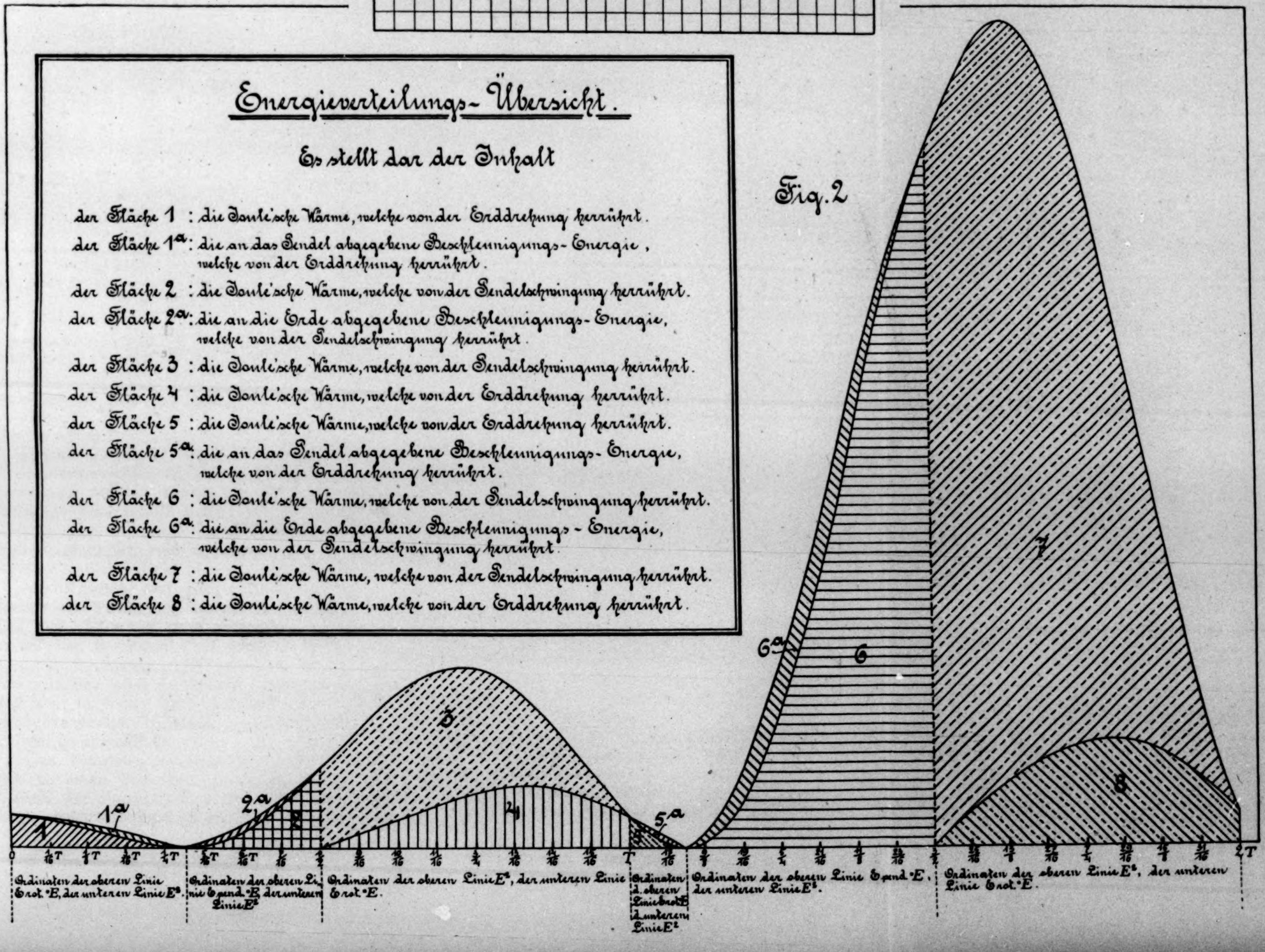
Für unsere **Messinstrumenten-Abteilung suchen** wir

Laboratoriums-Ingenieure

mit Universitäts- oder Hochschulbildung. Angebote mit kurzem Lebenslauf, Gehaltsansprüchen und Angabe von Referenzen an die unterzeichnete Fabrik erbeten.

Allgemeine Elektricitäts-Gesellschaft, Apparatefabrik, Berlin N. 31, Ackerstraße 71/76.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Emil Bose in Oliva bei Danzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Physikalische Zeitschrift.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.